

ISSN 1995-2732 (Print), 2412-9003 (Online)
 УДК 622.23.05
 DOI: 10.18503/1995-2732-2026-24-3-25-34



ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЗАВИСИМОСТИ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЖЕННОСТИ И ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНОСТИ ШАХТНЫХ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ ВЕНТИЛЯТОРОВ ОТ ДИПОЛЯ ПРОНИЦАЕМОСТИ НА ПРОФИЛЕ ЛОПАТОК РАБОЧЕГО КОЛЕСА

Макаров Н.В.¹, Нурхожаев Е.С.², Макаров В.Н.¹, Попов С.А.¹

¹Уральский государственный горный университет, Екатеринбург, Россия

²АО «Костанайские минералы», Житикара, Республика Казахстан

Аннотация. Постановка задачи (Актуальность работы). Требование снижения себестоимости валового внутреннего продукта РФ и повышения энергоэффективности предприятий горно-металлургического и нефтегазового комплекса актуализирует задачу совершенствования методологии разработки математических моделей аэродинамики радиальных решёток профилей и создания центробежных шахтных вентиляторов повышенной энергоэффективности и нагруженности на базе принципа природоподобной соразмерности. **Цель работы.** Повышение аэродинамического давления, развиваемого вентиляторами, их энергоэффективности и адаптивности за счёт управления проницаемостью лопаток рабочих колёс. **Методология.** Теоретические основы исследования влияния диполя проницаемости на нагруженность и эффективность шахтных центробежных вентиляторов базируются на принципе гидродинамической аналогии диполя и циркуляции потока, поскольку момент диполя определяется расходом и положением источника, стока, расположенных симметрично относительно начала координат при предельном переходе их положения к началу координат. **Новизна.** Отличие от классической циркуляции, где увеличение скорости потока обусловлено увеличением длины пути его движения от передней критической точки до задней критической точки в предлагаемой математической модели изменения скорости обусловлено изменением количества воздуха, что в условиях закона сохранения массы является гидродинамическим аналогом скорости. **Результаты исследований.** В целях верификации разработанной математической модели спроектирована радиальная аэродинамическая схема Ц128-19П с источником и стоком, образующими диполь с выходом на тыльную и рабочую поверхности лопаток соответственно. Созданный на базе разработанной аэродинамической схемы газоотсасывающий вентилятор типа ВЦПГ-8 позволил на 30% повысить развиваемое давление и на 8% КПД в сравнении с серийно выпускаемыми вентиляторами типа УВЦГ. **Практическая значимость.** Математическая модель зависимости нагруженности вентиляторов от диполя проницаемости, расположенного на профиле лопаток рабочего колеса может быть использована для создания газоотсасывающих вентиляторов в условиях комбинированного проветривания газообильных угольных шахт, а также вентиляторов местного проветривания для обеспечения аэродинамической безопасности в длинных тупиковых выработках.

Ключевые слова: конформное отображение, задняя критическая точка, комплексный потенциал, вихреобразование, Риманова плоскость, теория Н.Е. Жуковского, циркуляционное обтекание, сопряжённая комплексная скорость, адаптивность, проницаемость

© Макаров Н.В., Нурхожаев Е.С., Макаров В.Н., Попов С.А., 2026

Для цитирования

Теоретические основы зависимости аэродинамической нагруженности и энергоэффективности шахтных центробежных вентиляторов от диполя проницаемости на профиле лопаток рабочего колеса / Макаров Н.В., Нурхожаев Е.С., Макаров В.Н., Попов С.А. // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова. 2026. Т. 24. №3. С. 25-34. <https://doi.org/10.18503/1995-2732-2026-24-3-25-34>



Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.
 The content is available under Creative Commons Attribution 4.0 License.

THEORETICAL FOUNDATIONS OF THE DEPENDENCE OF AERODYNAMIC LOADING AND ENERGY EFFICIENCY OF MINE CENTRIFUGAL FANS ON THE PERMEABILITY DIPOLE ON IMPELLER BLADE PROFILES

Makarov N.V.¹, Nurkhodzhaev E.S.², Makarov V.N.¹, Popov S.A.¹

¹Ural State Mining University, Yekaterinburg, Russia

²Kostanay Minerals JSC, Jitiqara, Kazakhstan

Abstract. Problem Statement (Relevance). The need to reduce the production cost of Russia's gross domestic product and improve the energy efficiency of enterprises in the mining and metallurgical and oil and gas industries makes it particularly important to improve the methodology for developing mathematical models of the aerodynamics of radial airfoil cascades and to develop highly energy-efficient and highly loaded centrifugal mine fans based on the principle of nature-like proportionality. **Objectives.** The research is aimed at increasing the aerodynamic pressure generated by fans, their energy efficiency, and adaptability by controlling the permeability of impeller blades. **Methods Applied.** The theoretical foundations for studying the effect of a permeability dipole on the aerodynamic loading and efficiency of mine centrifugal fans are based on the hydrodynamic analogy between a dipole and flow circulation, since the dipole moment is determined by the flow rate and the position of a source and sink located symmetrically with respect to the origin as their positions approach the origin in the limiting transition. **Originality.** In contrast to classical circulation, in which an increase in flow velocity is associated with an increase in the length of the flow path from the front stagnation point to the rear stagnation point, the proposed mathematical model attributes the change in velocity to a change in the amount of air, which, under the law of conservation of mass, constitutes a hydrodynamic analogue of velocity. **Result.** To verify the developed mathematical model, a radial aerodynamic configuration CD128-19P has been designed, with a source and sink forming a dipole and emerging onto the rear and working surfaces of the blade, respectively. The gas-exhausting fan VCPG-8 developed on the basis of the proposed aerodynamic configuration increased the generated pressure by 30% and efficiency by 8% compared with serially manufactured UVCG-type fans. **Practical Relevance.** The mathematical model describing the dependence of fan aerodynamic loading on a permeability dipole located on the impeller blade profile can be used to develop gas-exhausting fans for combined ventilation systems in gassy coal mines, as well as auxiliary ventilation fans to ensure aerodynamic safety in long blind-end mine workings.

Keywords: conformal mapping, rear stagnation point, complex potential, vortex formation, Riemann surface, N. E. Zhukovsky theory, circulatory flow, conjugate complex velocity, adaptability, permeability

For citation

Makarov N.V., Nurkhodzhaev E.S., Makarov V.N., Popov S.A. Theoretical Foundations of the Dependence of Aerodynamic Loading and Energy Efficiency of Mine Centrifugal Fans on the Permeability Dipole on Impeller Blade Profiles. *Vestnik Magnitogorskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta im. G.I. Nosova* [Vestnik of Nosov Magnitogorsk State Technical University]. 2026, vol. 24, no. 3, pp. 25-34. <https://doi.org/10.18503/1995-2732-2026-24-3-25-34>

Введение

Рост производительности труда на предприятиях горно-металлургического комплекса, глубины и протяжённости подземных выработок актуализирует задачу совершенствования методологии разработки математических моделей аэродинамики радиальных решёток профилей и создания центробежных шахтных вентиляторов повышенной энергоэффективности и нагруженности на базе принципа природоподобной соизмерности [1-3].

В соответствии с теорией Н.Е. Жуковского, подъёмная сила крылового профиля эквивалентна действию набегающего потока на присоединённый вихрь, интенсивность которого равна циркуляции потока по замкнутому контуру, окружающему обтекаемый профиль. Математическая модель Н.Е. Жу-

ковского построена на условии непроницаемости крылового профиля, который математически заменён на присоединённый вихрь, интенсивность которого зависит от формы профиля и угла набегающего потока. Это условие накладывает определённые ограничения на аэродинамическую нагруженность и адаптивность круговых решёток профилей и, как следствие, экономичность турбомашин. Исследования и анализ обтекания природных объектов показывает, что эффективность их взаимодействия, безотрывное обтекание в широком диапазоне изменения внешних условий в значительной степени обеспечиваются не только за счёт изменения их формы, в частности изменения формы крыла птицы, но и за счёт управления его проницаемостью, то есть способностью пористой среды пропускать через себя газ или жидкость,

обеспечивая частичное перетекание потока для регулирования циркуляции скорости [4-6].

Для построения теоретической модели, описывающей аэродинамику обтекания круговой решётки профилей с проницаемым контуром по аналогии с обтеканием природных объектов, в статье предложен вид комплексного потенциала потока, обтекающего замкнутый контур с возможностью перетекания части потока с рабочей поверхности профиля на нерабочую за счёт его перераспределения. Изменение скорости потока, приводящее в соответствии с уравнением Бернулли к изменению статического давления и, как результат, аэродинамической нагруженности, то есть давления, развиваемого круговой решёткой профилей, происходит за счёт перераспределения расхода воздуха между рабочей и тыльной поверхностями, что в условиях неразрывности потока приводит к изменению скорости. Отличие от классической циркуляции, где увеличение скорости потока обусловлено увеличением длины пути его движения от передней критической точки (ПКТ) профиля до его задней критической точки (ЗКТ), в предлагаемой математической модели изменение скорости обусловлено изменением количества воздуха, что в условиях закона сохранения массы является гидродинамическим аналогом скорости. По аналогии с природными объектами такой потенциал скорости может быть назван комплексным потенциалом природоподобных потоков [7, 8].

Актуальность. Требование снижения себестоимости валового внутреннего продукта РФ и повышения энергоэффективности предприятий горно-металлургического и нефтегазового комплекса актуализирует задачу разработки новых теоретических подходов к проектированию турбомашин, расходы на эксплуатацию которых составляют существенную долю в структуре затрат производственной себестоимости [9-11].

Объект и предмет исследований. Вентиляторные установки для аппаратов воздушного охлаждения компрессорной станции магистральных газопроводов, а также энергоёмкие вентиляторы, главным образом используемые для проветривания шахт рудников, туннелей, и аэродинамические процессы, взаимодействия лопаток рабочих колёс турбомашин с проницаемой поверхностью.

Цель исследований – повышение аэродинамического давления, развиваемого вентиляторами, их энергоэффективности и адаптивности за счёт управления проницаемостью лопаток рабочих колёс.

В настоящее время широкое распространение нашли методы инженерного компьютерного анализа для исследования и расчёта оптимальных параметров профилей лопаток рабочих колёс турбомашин. Однако они отличаются большими затратами машинного времени для построения базовой топологической схемы и её оптимизации. Одним из способов снижения затрат машинного времени топологической оптимизации, определения базовой области исходных параметров актуальным становится использование методов аэродинамического расчёта на базе гипотезы Жуковского–

Чаплыгина с использованием метода конформных отображений. Однако вышеуказанная гипотеза неприменима для профилей с активным управлением циркуляцией, основанным на управлении проницаемостью обтекаемых профилей. Таким образом, становится актуальна задача модификации теории и гипотезы Жуковского–Чаплыгина применительно к профилям, использующим в качестве активного управления их обтеканием гидродинамические особенности, то есть источники, стоки на их поверхности за счёт управления проницаемостью обтекаемых тел [12-15].

Методология исследований

Теоретические основы исследования влияния диполя проницаемости на нагруженность и эффективность шахтных центробежных вентиляторов базируются на принципе гидродинамической аналогии диполя и циркуляции потока, поскольку момент диполя определяется расходом и положением источника, стока, расположенных симметрично относительно начала координат при придельном переходе их положения к началу координат [4, 14].

Результаты исследований

Как известно, действительная часть интеграла по замкнутому контуру от комплексной скорости, то есть от производной комплексного потенциала по комплексной координате, равна циркуляции скорости γ по вышеуказанному контуру, а мнимая часть этого интеграла равна секунднему объёмному расходу набегающего потока Q через вышеуказанный контур.

Таким образом, классическая теория обтекания непроницаемых тел предполагает, что в области течения функция тока $\beta = \cos t$, поскольку интеграл $\oint d\beta = 0$.

Исследования обтекания природных объектов, в частности «крыла птицы», показывают, что эффективность их взаимодействия с набегающим потоком в значительной степени определяется двумя факторами, обеспечивающими плавное безотрывное обтекание с целью устранения отрывного вихреобразования, то есть потери энергии при изменении результирующей подъёмной силы [4, 15]:

- возможностью изменения формы профиля;
- способностью управлять проницаемостью крыла для обеспечения целенаправленного перетекания части набегающего потока.

Дополнительную результирующую подъёмную силу, то есть дополнительную циркуляцию потока в физическом процессе перетекания части набегающего потока за счёт проницаемости контура, математически можно смоделировать с использованием теории функции комплексного переменного на круге радиусом r вспомогательной Римановой плоскости за счёт уточнения мнимой составляющей комплексного потенциала течения путём наложения дополнительно диполя, включающего источник и сток с выходом их на поверхность круга и расположенных по мнимой оси координат, представленной на **рис. 1**. Дополнительное аэродинамическое давление будет создавать

ся за счёт части набегающего потока, образующего диполь проницаемости по мнимой оси координат. Указанное приведёт к изменению скорости потока, обтекающего контур проницаемости симметрично действительной оси координат и, как результат, к возникновению перепада давления согласно уравнению Бернулли с вектором силы, параллельным мнимой оси координат, то есть перпендикулярным действительной оси [16, 17].

Учитывая вышеуказанные свойства функций комплексных переменных для построения комплексного потенциала природоподобного потока, воспользуемся принципом суперпозиции. Используя известный комплексный потенциал без рециркуляционного обтекания круга радиусом r , наложив на него комплексный потенциал диполя с моментом m , расположенным вдоль мнимой оси координат $0i$, получим

$$P_n(\chi) = |V_\infty| \left(\chi + \frac{r^2}{\chi} \right) + \frac{mi}{4\pi\chi}, \quad (1)$$

где $m = 2\pi r^2 \cdot k \cdot |V_\infty|$ – момент диполя; $2\pi r \cdot k$ – доля объёмного секундного расхода потока через замкнутый проницаемый контур от набегающего потока.

С учётом вышесказанного определим сопряжённую скорость обтекания круга радиусом r с проницаемым контуром в виде

$$\bar{V} = \frac{dP}{d\chi} = |V_\infty| \left(1 - \frac{r^2}{\chi^2} \right) + \frac{qi}{4\pi\chi}, \quad (2)$$

где $q = 2\pi r \cdot k \cdot |V_\infty|$ – объёмный секундный расход источника и стока диполя через замкнутый проницаемый контур.

Критические точки комплексного потенциала, то есть точки, в которых сопряжённая комплексная скорость равна 0, с учётом (2) найдём, решая уравнение

$$|V_\infty| \left(1 - \frac{r^2}{\chi^2} \right) + \frac{krV_\infty}{\chi} = 0. \quad (3)$$

Представим уравнение в виде квадратного уравнения:

$$\chi^2 + k_r \chi - r^2 = 0. \quad (4)$$

Учитывая, что $0 \leq k \leq 2$, решая уравнение (4), получим

$$\chi_{1,2} = \pm r \sqrt{1 - \frac{k^2}{4}} + \frac{kr}{2} i. \quad (5)$$

Таким образом, в зависимости от доли набегающего потока, используемой для формирования диполя в виде источника и стока через замкнутый проницаемый контур, изменяется положение критических точек на круге радиусом r . При этом модуль каждого из корней равен r , то есть критические точки, в которых сопряжённая комплексная скорость равна 0, расположены на окружности контуром r . При $k = 0$, то есть отсутствии диполя, критические точки находятся на пересечении окружности контура с действительной осью 0φ , что соответствует бесциркуляционному обтеканию. При $k = 2$, то есть при условии, когда весь набегающий поток, обтекающий замкнутый контур одновременно проходит через сток и источник диполя, критические точки, в которых сопряжённая комплексная скорость равна 0, совпадают друг с другом и находятся на мнимой оси $0i$ в точке $r \cdot i$.

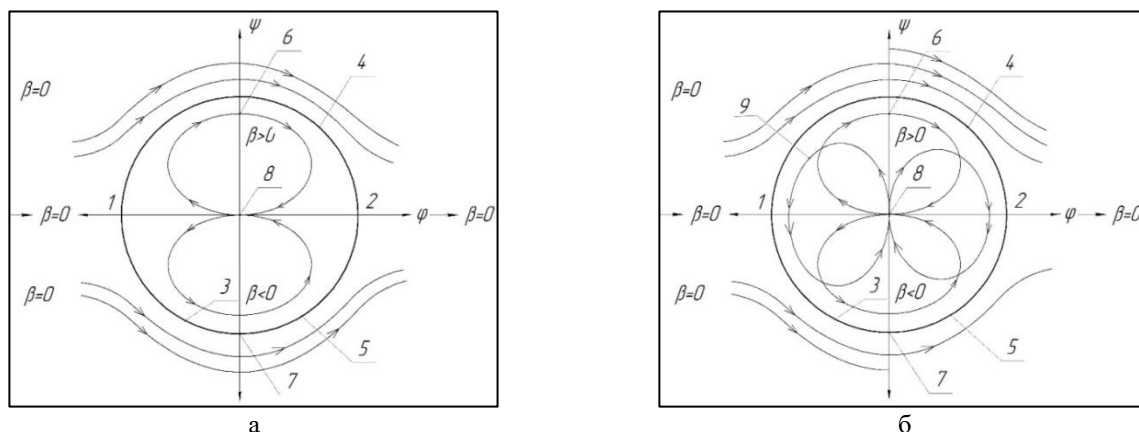
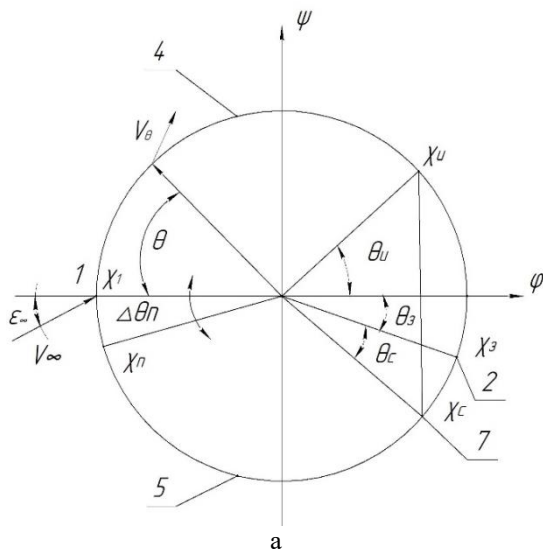


Рис. 1. Графическое изображение обтекания: а – непроницаемого круга; б – проницаемого круга с использованием однородного потока и одного-двух диполей соответственно с осями, направленными вдоль 0φ и $0i$; 1 – передняя критическая точка; 2 – задняя критическая точка; 3 – средняя линия крылового профиля; 4 – тыльная поверхность крылового профиля; 5 – рабочая поверхность крылового профиля; 6 – сток; 7 – источник; 8 – диполь

Fig. 1. Graphic representation of flow around: a is a permeable circle; b is an impermeable circle using a uniform flow and one or two dipoles, respectively, with the axes directed along 0φ and $0i$; 1 is front stagnation point; 2 is rear stagnation point; 3 is airfoil midline; 4 is rear surface of the airfoil; 5 is working surface of the airfoil; 6 is sink; 7 is source; 8 is dipole

Из сказанного видно, что при прохождении части набегающего потока через источник и сток диполя, расположенного по мнимой оси координат, возникает циркуляционное обтекание круга радиусом r с сохранением симметрии потока относительно мнимой оси 0ψ , однако с нарушением данной симметрии по отношению к действительной оси 0φ . По этой причине главный вектор сил давления потока на поверхность замкнутого контура отличается от 0 будучи направленным вдоль мнимой оси 0ψ . Обусловлено это тем, что в месте расположения стока часть набегающего потока поступает внутрь замкнутого контура, в силу его проницаемости, чем обусловлено уменьшение скорости обтекания круга радиусом r в этой области вследствие снижения секундного расхода набегающего потока. Именно уменьшение секундного расхода набегающего потока в области стока диполя, приводящее к уменьшению скорости, способствует в соответствии с уравнением Бернулли увеличению давления в этой области. Прямо противоположный процесс происходит при обтекании замкнутого проницаемого контура в области источника диполя, где суммарно увеличивается секундный расход набегающего потока, что приводит к снижению давления. Указанное приводит к тому, что главный вектор сил набегающего потока, обтекающего замкнутый проницаемый контур, будет направлен по мнимой оси 0ψ (см. рис. 1).



С помощью интеграла по замкнутому проницаемому контуру определим результирующую силу давления $R\psi$:

$$R\psi = r \int_0^{2\pi} P \sin \theta d\theta, \quad (6)$$

где θ – полярный угол между радиусом круга и осью 0φ ; P – давление на замкнутом проницаемом контуре круга в соответствии с уравнением Бернулли (рис. 2).

С учётом (2) и выражения комплексного числа в виде показательной функции преобразуем сопряжённую комплексную скорость на замкнутом проницаемом контуре круга радиусом r в виде

$$V = |V_\infty| e^{-i\theta} \cdot \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i} - \frac{krV_\infty}{r} e^{-i\theta} = ie^{-i\theta} (2|V_\infty| \sin \theta - kV_\infty). \quad (7)$$

После преобразований с учётом (7) получим выражение для модуля скорости и коэффициента давления на замкнутом проницаемом контуре круга радиусом r :

$$\begin{cases} |V| = |V_\infty| \cdot |2 \sin \theta - k|, \\ C_p = 1 - (2 \sin \theta - k)^2. \end{cases} \quad (8)$$

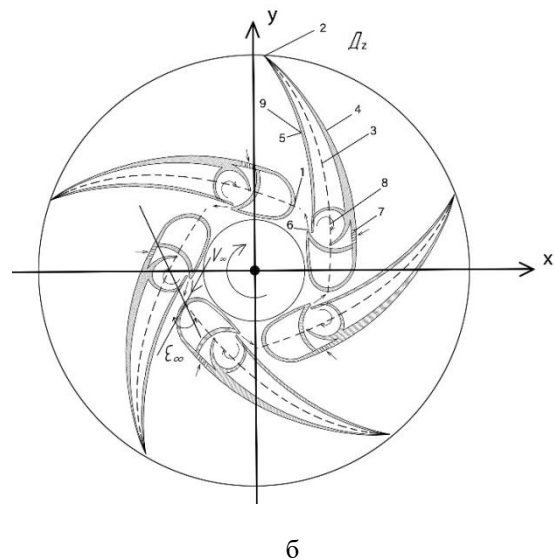


Рис. 2. Графическая модель конформного преобразования комплексного потенциала циркуляционного обтекания круга радиусом r с проницаемым контуром, содержащим диполь с источником и стоком многолистной Римановой поверхности $\mathcal{D}_\chi$ на круговую решётку крыловых профилей с источником и стоком на тыльной и рабочей поверхностях соответственно в физической плоскости течения $\mathcal{D}_Z$

Fig. 2. Graphic model of the conformal transformation of the complex potential of circulatory flow around a circle of radius r with a permeable contour containing a dipole with a source and sink on a multi-sheet Riemann surface $\mathcal{D}_\chi$ onto a circular airfoil cascade with a source and sink located on the rear and working surfaces, respectively, in the physical flow plane $\mathcal{D}_Z$

В отличие от обтекания непроницаемого контура в рассматриваемом случае коэффициент давления C_p зависит от параметра k , то есть доли набегающего потока, формирующей диполь. Таким образом, с учётом (8) для подобия обтекания проницаемых замкнутых контуров необходимо обеспечивать одинаковость в сравниваемых течениях параметра k [18, 19].

С учётом уравнения (6), выражения давления P в соответствии с уравнением Бернулли, принимая во внимание (8), получим уравнение для расчёта результирующей подъёмной силы, параллельной мнимой оси $O\psi$, в виде

$$R\psi \frac{\rho r}{2} \int_0^{2\pi} (2|V_\infty| \sin \theta - k|V_\infty|)^2 \sin \theta d = \quad (9)$$

$$= -\rho 2\pi r \cdot k|V_\infty| = \rho q|V_\infty|.$$

Таким образом, по аналогии с циркуляционным обтеканием круга радиусом r , согласно общей теории Н.Е. Жуковского, для проницаемого контура при бесциркуляционном обтекании, то есть без наложения на круг радиусом r вихря с циркуляцией γ результирующая подъёмная сила, параллельная мнимой оси $O\psi$, обусловленная перетеканием части набегающего со скоростью V_∞ потока при стоке и источнике, расположенных симметрично действительной оси $O\varphi$, равна произведению плотности потока на его расход через сток, источник и на скорость набегающего потока [20].

Возникновение результирующей подъёмной силы в данном случае аналогично принципу работы турбопаруса Кусто.

С учётом [4] и (2) комплексный потенциал потока циркуляционного обтекания круга радиусом r с проницаемым контуром и углом ϵ_∞ между вектором набегающего потока V_∞ и действительной осью $O\varphi$ получим в виде

$$P(\chi)_2 \bar{V}_\infty \chi + V_\infty \frac{r^2}{\chi} + (krV_\infty i \ln \chi + \frac{\gamma}{2\pi i} \ln \chi) + \quad (10)$$

$$+ i(krV_\infty + \frac{\gamma}{2\pi}) \ln \chi.$$

Таким образом, $\gamma_n = (k \cdot r \cdot |V_\infty| + \gamma)$ – приведённая циркуляция потока, обтекающего замкнутый проницаемый круг радиусом r .

С учётом общей теории Н.Е. Жуковского, постулата Жуковского-Чаплыгина-Кутта теории функций комплексного переменного, преобразующей функции, осуществляющей конформное отображение обтекаемого замкнутого контура в плоскости комплексного переменного круга радиусом r , в плоскости комплексного переменного $\chi = \varphi + i\psi$ на круговую решётку профилей с диполями в Римановой плоскости комплексного переменного $Z = x + iy$, получим урав-

нение циркуляции Γ в круговой решётке профилей физической плоскости течения в виде

$$\Gamma_n = -4\pi r |V_\infty| \left(\sin \theta + \frac{k}{4\pi} \right) f'_\infty, \quad (11)$$

где f'_∞ – производная от преобразующей функции конформного отображения контура крылового профиля Н.Е. Жуковского на круг радиусом r .

Перетекание набегающего потока с помощью диполя создаёт дополнительную циркуляцию за счёт условного смещения передней критической точки крылового профиля. Необходимо учитывать, что при фактическом физическом смещении передней критической точки происходит увеличение угла набегающего потока, то есть длины пути его движения, и, в силу постулата Н.Е. Жуковского, с учётом неразрывности потока увеличивается скорость, что снижает давление, создавая результирующую подъёмную силу. При перетекании потока, в силу пористости контура, скорость его увеличивается за счёт сложения с секундным расходом от источника или уменьшается за счёт вычитания секундного расхода стока диполя. В этом случае передняя критическая точка физически не смещается, то есть не происходит фактического увеличения угла набегающего потока, в результате чего исключается отрывное вихреобразование, обеспечивается плавное обтекание в широком диапазоне изменения результирующей подъёмной силы.

Ось диполя может быть смещена параллельно мнимой оси $O\psi$ на угол θ_d для изменения положения стока и источника на замкнутом проницаемом контуре.

В этом случае комплексный потенциал потока, циркуляционно обтекающего круг радиусом r с пористым контуром, диполя с источником и стоком в координатах $\theta_d, -\theta_d$ соответственно, углом ϵ_∞ между вектором набегающего потока V_∞ и действительной осью $O\varphi$, получим в виде

$$P(\chi)_2 \bar{V}_\infty \chi + V_\infty \frac{r^2}{\chi} + ikr\bar{V}_\infty \cdot \ln(\chi - \chi_d) + i \frac{\gamma}{2\pi} \chi. \quad (12)$$

Циркуляция потока вокруг круга радиусом r с пористым контуром будет определена по формуле

$$\gamma_{nd} = -4\pi r |V_\infty| \left[\left(\sin \theta + \frac{k}{4\pi} + \frac{\sin(\theta_\infty - \theta_d)}{2} \right) \right]. \quad (13)$$

Учитывая, что, согласно постулату Жуковского-Чаплыгина-Кутта, скорость в ЗКТ равна 0, то есть должно быть обеспечено плавное её обтекание потоком, угол условного смещения ПКТ θ_n можно определить по формуле

$$\Delta\theta_n = ar \sin \left(\frac{k}{\pi \sin^2 \theta d} - \sin^2 0,5\theta d \right). \quad (14)$$

Увеличение доли перетекающего потока увеличивает условное смещение ПКТ, то есть результирующую силу давления. Смещение диполя от оси 0ψ уменьшает условное смещение ПКТ.

Для проверки достоверности предложенной математической модели был создан действующий макет центробежного вентилятора с диаметром рабочего колеса 0,6 м по известной, распространённой аэродинамической схеме Ц82-17. На базе данного действующего макета созданы рабочие колёса с диполями в области хвостовой части лопаток с геометрическими параметрами, обеспечивающими возможность изменения доли перетекаемой части воздушного потока через диполь. При этом геометрические параметры элементов хвостовой части лопасти рабочего колеса и скорость его вращения определялись из условия автомодельности потока по критерию Рейльдса ($Re \geq 10^5$), что исключает влияние вязкости и турбулентности в модельных и натурных испытаниях.

На рис. 3 приведены аэродинамические характеристики зависимости коэффициента давления, то есть аэродинамической нагруженности ψ от коэффициента подачи ϕ радиальных схем типа ЦД с диполем хвостовой части профилей лопаток и базовой аэродинамической схемы Ц82-17, полученные в соответствии с предложенной математической моделью и проверенные в результате аэродинамических испытаний на стенде в соответствии с ГОСТ 11004-19. Из анализа приведённых на рис. 3 характеристик видно,

что увеличение доли перетекаемой части воздушного потока через диполь в диапазоне 0,1–0,15 обеспечивает максимальный прирост аэродинамической нагруженности, то есть развиваемого вентилятором давления. Дальнейшее увеличение свыше 0,2 и уменьшения от 0,05 не приводит к существенному изменению аэродинамической нагруженности. Проведённый статистический анализ показал, что с доверительной вероятностью 0,95 доверительный интервал дисперсии аэродинамической нагруженности, рассчитанный теоретически и полученный экспериментально, не превышает $\pm 11\%$ в диапазоне коэффициента подачи вентилятора 0,12–0,24. Критическое значение критерия Стьюдента $t_{кр}$ равняется 2,04 при 30-ти замерах, то есть степенях свободы, в то время как фактическое его значение $t_{ф}$ равняется 1,98, что подтверждает статистическую незначимость различий теоретических и экспериментальных результатов.

В целях верификации разработанной математической модели спроектирована радиальная аэродинамическая схема Ц128-19П с источником и стоком, образующими диполь с выходом на тыльную и рабочую поверхности лопаток соответственно. Созданный на базе разработанной аэродинамической схемы газоотсасывающий вентилятор типа ВЦПГ-8 и его аэродинамическая схема приведены на рис. 4.

Применение диполя проницаемости в хвостовой части профиля лопаток рабочего колеса газоотсасывающего вентилятора ВЦПГ позволило на 30% повысить развиваемое им давление и на 8% КПД в сравнении с серийно выпускаемыми вентиляторами типа УВЦГ.

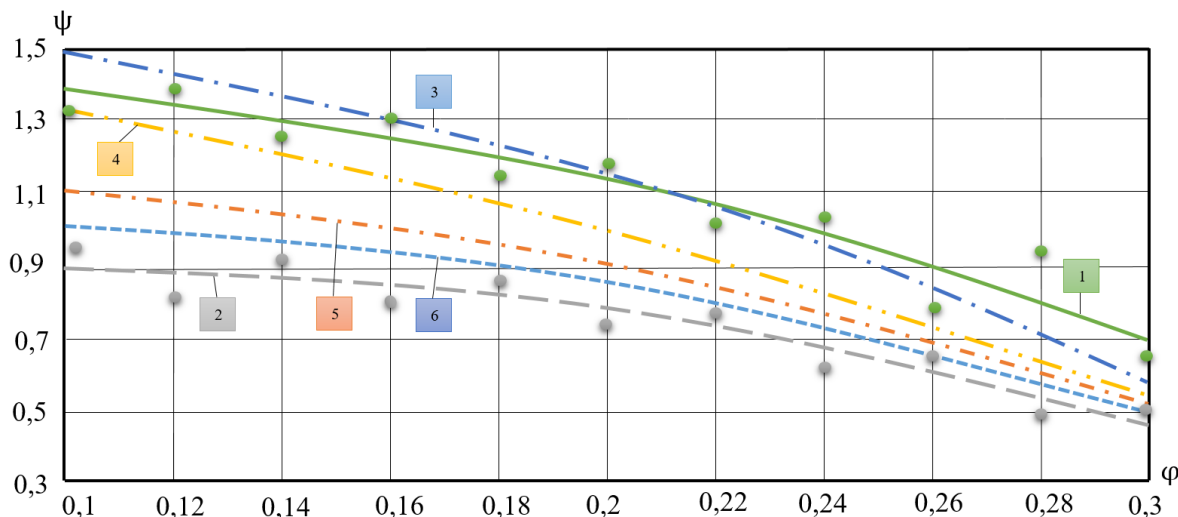


Рис. 3. Аэродинамические характеристики радиальных схем типа ЦД с диполем хвостовой части профилей: экспериментальные: 1 – ЦД128-19; 2 – ЦД82-17; расчётные: 3 – ЦД128 – 19, $k = 0,2$; 4 – ЦД110 – 18, $k = 0,15$; 5 – ЦД100 – 17, $k = 0,1$; 6 – ЦД90 – 17, $k = 0,05$

Fig. 3. Aerodynamic characteristics of radial CD-type configurations with a dipole in the tail section of the profile: experimental data: 1 is CD128-19; 2 is CD82-17; calculated data: 3 is CD128-19, $k = 0.2$; 4 is CD110-18, $k = 0.15$; 5 is CD100-17, $k = 0.1$; 6 is CD90-17, $k = 0.05$

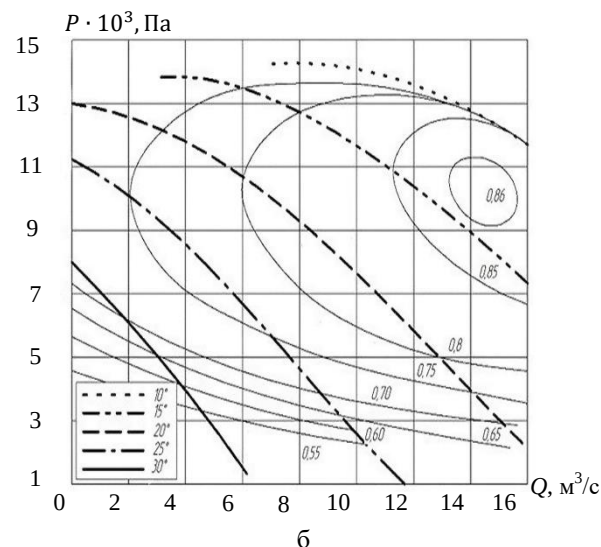
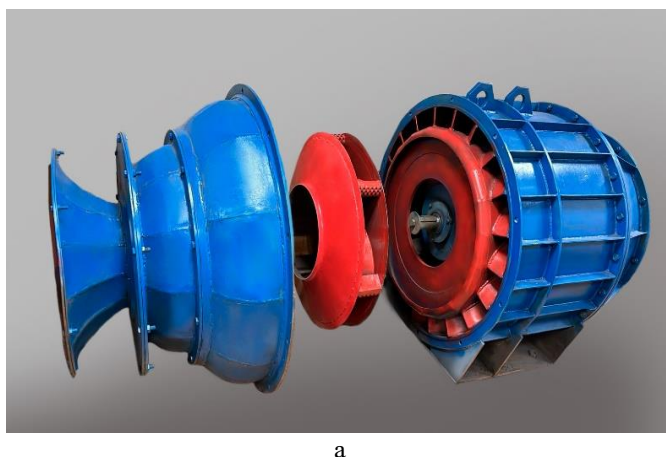


Рис. 4. Газоотсасывающий вентилятор ВЦПГ-8 (а) и аэродинамическая характеристика газоотсасывающего вентилятора ВЦПГ-8 (б)

Fig. 4. Gas-exhausting fan VCPG-8 (a) and aerodynamic characteristic of the VCPG-8 gas-exhausting fan (б)

Обсуждение результата

Таким образом, в соответствии с предложенной математической моделью обтекания крыловых профилей с проницаемым контуром в виде диполя с источником и стоком на тыльной и рабочей поверхностях соответственно можно производить расчёт аэродинамических параметров радиальных турбомашин в зависимости от их геометрических параметров, осуществлять оптимизацию по критериям максимального роста развиваемого давления и адаптивности, что повышает их экономичность.

В целях верификации разработанной математической модели спроектирована радиальная аэродинамическая схема Ц128-19П с источником и стоком, образующими диполь с выходом на тыльную и рабочую поверхности лопаток профилей соответственно. Созданный на базе разработанной аэродинамической схемы газоотсасывающий вентилятор типа ВЦПГ-8, приведённый на рис. 3, позволил на 30% повысить развиваемое давление и на 8% КПД в сравнении с серийно выпускаемыми вентиляторами УВЦГ.

Выводы

1. Доказана зависимость аэродинамической нагруженности и энергоэффективности шахтных центробежных вентиляторов от диполя проницаемости, располагаемого на профиле лопаток рабочего колеса.
2. Предложен вид комплексного потенциала потока, обтекающего замкнутый контур с возможностью перетекания части потока из области повышенного давления в область пониженного давления, в целях управления циркуляцией скорости и, как результат, аэродинамической нагруженностью шахтных центробежных вентиляторов.

3. Дополнительная результирующая подъёмная сила, то есть дополнительная циркуляция скорости потока в физическом процессе перетекания части набегающего потока за счёт проницаемости, математически получена с использованием теории функции комплексного переменного за счёт уточнения мнимой составляющей комплексного потенциала течения путём наложения дополнительно диполя, включающего источник и сток с выходом их на контур обтекаемого круга и расположенного по мнимой оси координат.

4. По аналогии с циркуляционным обтеканием круга, согласно общей теории Н.Е. Жуковского, для проницаемого контура результирующая подъёмная сила, обусловленная перетеканием части набегающего потока, равна произведению плотности потока на его расход через сток, источник и на скорость набегающего потока.

5. Созданный на базе разработанной аэродинамической схемы газоотсасывающий вентилятор типа ВЦПГ-8 позволил на 30% повысить развиваемое давление и на 8% КПД в сравнении с серийно выпускаемыми вентиляторами типа УВЦГ.

Список источников

1. Квашнин Л., Аверкин А. К вопросу совершенствования современных вентиляторов // Норвежский журнал развития международной науки. 2020. №47. С. 43–46.
2. Ковальчук М. В., Нарайкин О. С., Яцишина Е. Б. Природоподобные технологии: новые возможности и новые вызовы // Вестник Российской академии наук. 2019. Т. 89. № 5. С. 455-465. DOI: 10/31857/S0869-5873895455-465
3. Критерии подобия природной соразмерности турбомашин / Макаров В.Н., Боярских Г.А., Валиев Н.Г., Макаров Н.В., Дылдин Г.П. // Известия вузов. Горный журнал. 2020. №8. С. 81-89.

4. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Дрофа, 2003. 840 с.
5. Математическая модель активного управления циркуляционным течением в шахтных вентиляторах / Макаров В.Н., Макаров Н.В., Чураков Е.О., Молчанов М.В. // ГИАБ. 2021. №11-1. С. 239-247. DOI: 10.25018/0236_1493_2021_111_0_239
6. Scalise K. A., Teixeira M. B., Kocsis K. Managing heat in underground mines: the importance of incorporating the thermal flywheel effect into climatic modeling // Mining, Metallurgy & Exploration. 2020, vol. 38, pp. 575-579. DOI: 10.1007/s42461-020-00323-5.
7. Simulating the sensitivity of underground ventilation networks to fluctuating ambient conditions / Fair R., Laar J. H., Nell K., Nell D., Mathews E. H. // South African Journal of Industrial Engineering November. 2021, vol. 32, no. 3, pp. 42-51. DOI: 10.7166/32-3-2616
8. Estimation of multistage hydraulic fracturing parameters using 4D simulation / Bosikov I.I., Klyuev R.V., Silaev I.V., Pilieva D.E. // Mining Science and Technology (Russia). 2023, vol. 8, no. 2, pp.141-149. DOI: 10.17073/2500-0632-2023-01-97
9. Малашкина В.А. Направления повышения эффективности дегазации для улучшения условий труда шахтёров угольных шахт // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2018. № 7. С. 69-75.
10. Разработка методов и средств управления аэрогазодинамическими процессами на добычных участках / Босиков И.И., Клюев Р.В., Хетагуров В.Н., Ажмухамедов И.М. // Устойчивое развитие горных территорий. 2021. Т. 13, № 1. С. 77-83. DOI: 10.21177/1998-4502-2021-13-1-77-83
11. Малашкина В.А. Исследование возможностей повышения эффективности подземной дегазации угольных шахт // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2019. № 9. С. 131-137. DOI: 10.25018/0236-1493-2019-09-0-131-137
12. Полянский И.С., Логинов К.О. Приближённый метод решения задачи конформного отображения произвольного многоугольника на единичный круг // Вестник Удмуртского Университета. 2022. Т. 32. Вып. 1. С. 107-129. DOI: 10.35634/vm220108
13. Kychkin A., Nikolaev A. IoT-based mine ventilation control system architecture with digital twin // 2020 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing: materials of the ICIEAM. 2020, Sochi, 18-22 May 2020. New York, 2020. Art. 9111995. 5 p.
14. Перспективы развития струйной техники и технологии в нефтегазовой отрасли / Шлеин Г.А., Клещенко И.И., Балуев А.А. и др. // Нефть и газ. 2020. № 3. С. 75-88.
15. Ganzulenko O.Y., Petkova A.P. Energy efficiency of the linear rack drive for sucker rod pumping units // Journal of Mining Institute. 2023, vol. 261, pp. 325-338. EDN HIGAOE
16. Обоснование аэродинамического природоподобия в теории проектирования адаптивных шахтных вентиляторов / Макаров Н.В., Смагулов А.Р., Макаров В.Н., Баландин В.Н. // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. 2023. Т. 10, №5. С. 116-123.
17. Shivani Kaustubh Chitale, Pranjal Nitin Jadhav, Snehal Suresh Dhoble, Dr. Mr. Satyajeet Deshmukh. (2021) Parameters Affecting Efficiency of Centrifugal Pump - A Review, IJSRST, 8:49-58. DOI:10.32628/IJSRST218573
18. Математическая модель управления локальной диффузорностью адаптивных шахтных турбомашин / Макаров В.Н., Макаров Н.В., Угольников А.В., Чураков Е.В., Молчанов М.В. // ГИАБ. 2021. №11-1. С. 248-257. DOI: 10.25018/0236_1493_2021_111_0_239
19. Федяков А.О. Повышение эффективности работы центробежных насосов // Вестник науки. 2024. №12(81). С. 1278–1285. ISSN: 2712-8849
20. Nasser M.M.S., Vuorinen M. Conformal invariants in simply connected domains // Computational Methods and Function Theory. 2020, vol. 20, issue 3, pp. 747-775.

References

1. Kvashnin L., Averkin A. On the improvement of modern fans. *Norvezhskii zhurnal razvitiya mezhdunarodnoi nauki* [Norwegian journal of development of the international science]. 2020;(47):43-46. (In Russ.)
2. Kovalchuk M.V., Naraikin O.S., Yatsishina E.B. Nature-like technologies: new opportunities and new challenges. *Vestnik Rossiiskoi akademii nauk* [Vestnik of the Russian Academy of Sciences]. 2019;89(5):455-465. DOI: 10.31857/S0869-5873895455-465. (In Russ.)
3. Makarov V.N., Boyarskikh G.A., Valiev N.G., Makarov N.V., Dyldin G.P. Similarity criteria of natural proportionality of turbomachines. *Izvestiya vuzov. Gornyi zhurnal* [University Proceedings. Mining Journal]. 2020;(8):81-89. (In Russ.)
4. Loitsyanskii L.G. *Mekhanika zhidkosti i gaza* [Mechanics of Liquid and Gas]. Moscow: Drofa, 2003, 840 p. (In Russ.)
5. Makarov V.N., Makarov N.V., Churakov E.O., Molchanov M.V. Mathematical model of active control of circulation flow in mine fans. *Gornyi informatsionno-analiticheskii byulleten* [Mining Informational and Analytical Bulletin]. 2021;(11-1):239-247. DOI: 10.25018/0236_1493_2021_111_0_239. (In Russ.)
6. Scalise K.A., Teixeira M.B., Kocsis K. Managing heat in underground mines: the importance of incorporating the thermal flywheel effect into climatic modeling. *Mining, Metallurgy & Exploration*. 2020;38:575-579. DOI: 10.1007/s42461-020-00323-5.
7. Fair R., Laar J.H., Nell K., Nell D., Mathews E.H. Simulating the sensitivity of underground ventilation networks to fluctuating ambient conditions. *South African Journal of Industrial Engineering*. 2021;32(3):42-51. DOI: 10.7166/32-3-2616.
8. Bosikov I.I., Klyuev R.V., Silaev I.V., Pilieva D.E. Estimation of multistage hydraulic fracturing parameters using 4D simulation. *Mining Science and Technology (Russia)*. 2023;8(2):141-149. DOI: 10.17073/2500-0632-2023-01-97.
9. Malashkina V.A. Directions for improving degassing efficiency to improve working conditions of coal miners. *Gornyi informatsionno-analiticheskii byulleten* [Mining Informational and Analytical Bulletin]. 2018;(7):69-75. (In Russ.)
10. Bosikov I.I., Klyuev R.V., Khetagurov V.N., Azhmukhamedov I.M. Development of methods and means for controlling aerogasdynamic processes at production sites. *Ustoichivoe razvitie gornyykh territorii* [Sustainable development of mountain territories]. 2021;13(1):77-83. DOI: 10.21177/1998-4502-2021-13-1-77-83.

- opment of mountain territories]. 2021;13(1):77-83. DOI: 10.21177/1998-4502-2021-13-1-77-83. (In Russ.)
11. Malashkina V.A. Study of the possibilities of improving the efficiency of underground degassing of coal mines. *Gornyi informatsionno-analiticheskii byulleten* [Mining Informational and Analytical Bulletin]. 2019;(9):131-137. DOI: 10.25018/0236-1493-2019-09-0-131-137. (In Russ.)
12. Polyanskii I.S., Loginov K.O. An approximate method for solving the problem of conformal mapping of an arbitrary polygon onto a unit circle. *Vestnik Udmurtskogo universiteta* [Bulletin of Udmurt University]. 2022;32(1):107-129. DOI: 10.35634/vm220108. (In Russ.)
13. Kychkin A., Nikolaev A. IoT-based mine ventilation control system architecture with digital twin. In: 2020 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM): Proceedings of the ICIEAM. Sochi, May 18-22, 2020. New York; 2020. Art. 9111995. 5 p.
14. Shlein G.A., Kleshchenko I.I., Baluev A.A., et al. [Prospects for the development of jet equipment and technology in the oil and gas industry. *Neft i gaz* [Oil and Gas]. 2020;(3):75-88. (In Russ.)
15. Ganzulenko O.Y., Petkova A.P. Energy efficiency of the linear rack drive for sucker rod pumping units. *Journal of Mining Institute*. 2023;261:325-338. EDN HIGAOE.
16. Makarov N.V., Smagulov A.R., Makarov V.N., Balandin V.N. Substantiation of aerodynamic natural similarity in the theory of designing adaptive mine fans. *Fiziko-tekhnicheskie problemy razrabotki poleznykh iskopaemykh* [Physical and technical problems of mineral development]. 2023;10(5): 116-123. (In Russ.)
17. Chitale S.K., Jadhav P.N., Dhoble S.S., Deshmukh S. Parameters Affecting Efficiency of Centrifugal Pump - A Review. *IJSRST*. 2021;8:49-58. DOI: 10.32628/IJSRST218573.
18. Makarov V.N., Makarov N.V., Ugolnikov A.V., Churakov E.V., Molchanov M.V. Mathematical model for controlling the local diffusivity of adaptive mine turbomachines. *Gornyi informatsionno-analiticheskii byulleten* [Mining Informational and Analytical Bulletin]. 2021;(11-1):248-257. DOI: 10.25018/0236_1493_2021_11_0_239. (In Russ.)
19. Fedyakov A.O. Improving the efficiency of centrifugal pumps. *Vestnik nauki* [Bulletin of Science]. 2024;(12(81)):1278-1285. ISSN 2712-8849. (In Russ.)
20. Nasser M.M.S., Vuorinen M. Conformal invariants in simply connected domains. *Computational Methods and Function Theory*. 2020;20(3):747-775.

Поступила 13.01.2026; принята к публикации 26.02.2026; опубликована 30.09.2026
Submitted 13/01/2026; revised 26/02/2026; published 30/09/2026

Макаров Николай Владимирович – кандидат технических наук, доцент,
Уральский государственный горный университет, Екатеринбург, Россия.
Email: mnikolay84@mail.ru. ORCID 0000-0001-7039-6272

Нурхожаев Ербол Сапарбаевич – председатель правления,
АО «Костанайские минералы», Житикара, Республика Казахстан.
Email: Rus.akhmetov@mail.ru

Макаров Владимир Николаевич – доктор технических наук, доцент,
Уральский государственный горный университет, Екатеринбург, Россия.
Email: ur.intelnedra@gmail.com. ORCID 0000-0002-3785-5569

Попов Семен Анатольевич – аспирант,
Уральский государственный горный университет, Екатеринбург, Россия.
Email: popov.semyun@bk.ru. ORCID 0009-0004-3771-571X

Nikolay V. Makarov – PhD (Eng.), Associate Professor,
Ural State Mining University, Yekaterinburg, Russia.
Email: mnikolay84@mail.ru. ORCID 0000-0001-7039-6272

Yerbol S. Nurkhozhaev – Chairman of the Board,
Kostanay Minerals JSC, Jitigara, Kazakhstan.
Email: Rus.akhmetov@mail.ru

Vladimir N. Makarov – DrSc (Eng.), Associate Professor,
Ural State Mining University, Yekaterinburg, Russia.
E-mail: ur.intelnedra@gmail.com. ORCID 0000-0002-3785-5569

Semyon A. Popov – Postgraduate Student,
Ural State Mining University, Yekaterinburg, Russia.
Email: popov.semyun@bk.ru. ORCID 0009-0004-3771-571X