

НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ И ОБОРУДОВАНИЕ NEW TECHNOLOGICAL PROCESSES AND EQUIPMENT

ISSN 1995-2732 (Print), 2412-9003 (Online)
УДК 621.79, 004.942
DOI: 10.18503/1995-2732-2026-24-3-150-155



ОЦЕНКА ПЛОЩАДИ МАТЕРИАЛА, РАСПЛАВЛЕННОГО ПОД ДЕЙСТВИЕМ ОДИНОЧНОГО ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА В ПРОДОЛЬНОМ СЕЧЕНИИ ТРЕЩИНЫ

Глчян Н.Ш., Лосев А.С.

Хабаровское отделение Института прикладной математики Дальневосточного отделения Российской академии наук,
Хабаровск, Россия

Аннотация. Постановка задачи (актуальность работы). Аддитивные технологии широко используются в различных отраслях и являются неотъемлемой частью современной промышленности. Благодаря математическому моделированию процессов теплопереноса и фазовых превращений выступают важнейшим инструментом для изучения и описания особенностей различных режимов лазерного воздействия на материал. Использование аддитивных технологий позволяет достигать высокой точности и эффективности при обработке материала в условиях высоких температур. Но в большинстве случаев результаты математического моделирования основаны на рассмотрении гладких и геометрически правильных образцов, что не всегда выдерживается на практике. Поэтому возникает необходимость в исследовании особенностей физико-химических процессов, проходящих внутри ванны расплава на образцах, содержащих трещины или неровности. **Цель работы.** Расширить представление об особенностях физико-химических процессов, проходящих внутри ванны расплава на пористых образцах и установить аналитическую зависимость между площадью расплавленного материала в продольном сечении трещины и размерами трещины (шириной и глубиной). **Используемые методы.** Методы математической статистики, математического моделирования в программном комплексе COMSOL Multiphysic, численные методы. **Новизна.** Построена аналитическая зависимость между площадью материала, расплавленного под действием одиночного лазерного импульса в продольном сечении трещины, и геометрическими характеристиками трещины. **Результат.** На основе результатов численного моделирования построено множественное уравнение линейной регрессии, которое отражает аналитическую зависимость между площадью расплавленного материала в продольном сечении трещины при воздействии одиночного лазерного импульса и геометрическими характеристиками трещины. Для найденного уравнения аппроксимации получена оценка качества и приведено статистическое обоснование с уровнем значимости 95%. **Практическая значимость.** Результаты работы могут быть использованы в качестве основы для модернизации процесса зачеканки трещин их инъецирования и процесса уменьшения глубины пористости без добавления сторонних материалов.

Ключевые слова: математическое моделирование, селективное лазерное сплавление, лазерный импульс, тепловое поле, площадь проплавления, теплоперенос

Работа выполнена в рамках государственного задания ИПМ ДВО РАН № 075-00460-26-00.

© Глчян Н.Ш., Лосев А.С., 2026

Для цитирования

Глчян Н.Ш., Лосев А.С. Оценка площади материала, расплавленного под действием одиночного лазерного импульса в продольном сечении трещины // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова. 2026. Т. 24. №3. С. 150-155. <https://doi.org/10.18503/1995-2732-2026-24-3-150-155>



Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.
The content is available under Creative Commons Attribution 4.0 License.

ESTIMATION OF THE AREA OF MATERIAL MELTED UNDER THE ACTION OF A SINGLE LASER PULSE IN THE LONGITUDINAL SECTION OF A CRACK

Glchyan N.Sh., Losev A.S.

Khabarovsk Branch of the Institute of Applied Mathematics, Far Eastern Branch, the Russian Academy of Sciences, Khabarovsk, Russia

Abstract. Problem Statement (Relevance). Additive technologies are widely used in various industries and have become an integral part of modern manufacturing. Mathematical modeling of heat transfer and phase transformation processes is an important tool for studying and describing the effects of different laser processing regimes on materials. The use of additive technologies makes it possible to achieve high accuracy and efficiency in material processing under high-temperature conditions. However, in most cases, mathematical modeling results are based on smooth and geometrically regular specimens, which does not always reflect actual processing conditions. Therefore, it is necessary to investigate the features of physicochemical processes occurring within a melt pool in specimens containing cracks or irregularities. **Objectives.** The aim of this study is to expand the understanding of the physicochemical processes occurring within a melt pool in porous specimens and to establish an analytical relationship between the area of material melted in the longitudinal section of a crack and the crack dimensions (width and depth). **Methods Applied.** The study employs methods of mathematical statistics, mathematical modeling using the COMSOL Multiphysics software package, and numerical methods. **Originality.** An analytical relationship between the area of material melted under the action of a single laser pulse in the longitudinal section of a crack and the geometric characteristics of the crack has been established. **Results.** Based on the results of numerical modeling, a multiple linear regression equation has been developed describing the analytical relationship between the area of melted material in the longitudinal section of a crack under the action of a single laser pulse and the geometric characteristics of the crack. The quality of the obtained approximation equation has been evaluated, and its statistical validity has been substantiated at a significance level of 95%. **Practical Relevance.** The results of the study can be used as a basis for improving crack sealing and crack injection processes, as well as for reducing porosity depth without the addition of external materials.

Keywords: mathematical modeling, selective laser melting, laser pulse, thermal field, melt pool area, heat transfer.

The study was carried out within the framework of the state assignment of the Institute of Applied Mathematics, Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences (IAM FEB RAS), No. 075-00460-26-00.

For citation

Glchyan N.Sh., Losev A.S. Estimation of the Area of Material Melted Under the Action of a Single Laser Pulse in the Longitudinal Section of a Crack. *Vestnik Magnitogorskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta im. G.I. Nosova* [Vestnik of Nosov Magnitogorsk State Technical University]. 2026, vol. 24, no. 3, pp. 150-155. <https://doi.org/10.18503/1995-2732-2026-24-3-150-155>

Постановка задачи работы

Использование аддитивных технологий на различных этапах производства является неотъемлемой частью современной промышленности. Их применяют для изготовления изделий сложной геометрии посредством послойного наплавления, прямого и селективного лазерного спекания и конечного плавления. Особенностью данных процессов является высокая температура обработки материала, которая является причиной сложных процессов теплопереноса и фазовых переходов, проходящих в области ванны расплава. Подбор правильных технических параметров лазерной установки и учет физико-химических свойств материала обработки позволяет добиваться изделий высокого качества [1, 2]. В большинстве случаев проведение экспериментальных исследований, направленных на поиск таких данных, требует как

высоких экономических затрат, так и сложных технических реализаций [3, 4]. Именно поэтому математическое моделирование процессов теплопереноса и фазовых превращений выступает важнейшим инструментом изучения и описания особенностей различных режимов лазерного воздействия на материал.

Существенное количество научных работ посвящено математическому моделированию лазерного сплавления, учитывающему теплопроводность, гидродинамику расплава, испарение и формирование свободной поверхности [5–7]. Для обработки тугоплавких керамик, например оксида алюминия, созданы модели, включающие зависимость их свойств от температуры, учет скрытой теплоты фазовых переходов, а также граничные условия конвективного и радиационного охлаждения [8, 9].

В большинстве случаев аналитический результат таких работ, основанный на математическом модели-

ровании, представляет собой набор конкретных числовых характеристик, которые характеризуют особенности лазерного спекания или плавления в определенном режиме и конкретных условиях. В условиях оперативного инженерного анализа отдельный интерес представляют аналитические соотношения, отражающие связь основных параметров. Они позволяют заранее понимать возможности лазерной установки и оценивать потенциальный результат.

В настоящей работе на основе данных, полученных в ходе численного моделирования нестационарного температурного поля в среде COMSOL Multiphysics, строится аналитическая зависимость между площадью расплавленного под действием одиночного лазерного импульса материала в продольном сечении трещины и геометрическими характеристиками трещины, с последующей статистической обработкой результатов и оценкой их достоверности.

Постановка задачи

Рассмотрим математическую модель теплового поля $T(x, y, t)$, в основу которой положим нестационарное уравнение теплопроводности с объемным источником тепла от лазера:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \quad (1)$$

где ρ – плотность алюминия, кг/м³; C_p – его удельная теплоемкость, Дж/(кг·К); k – теплопроводность, Вт/(м·К).

Удельная теплоемкость при постоянном давлении

$$C_p = C_{p,0} + \delta_m L_m + \left(\frac{L_m}{T_m} \right) H((T - T_m), \Delta T) + \delta_v L_v + \left(\frac{L_v}{T_v} \right) H((T - T_v), \Delta T) \quad (2)$$

зависит от теплоемкости $C_{p,0} = 880$, функций нормализации температуры плавления δ_m и нормализации температуры испарения δ_v :

$$\delta_m = \frac{\exp \left[-\frac{(T - T_m)^2}{n T^2} \right]}{n T \sqrt{\pi}}, \quad \delta_v = \frac{\exp \left[-\frac{(T - T_v)^2}{\Delta T^2} \right]}{\Delta T \sqrt{\pi}}, \quad (3)$$

скрытой теплоты плавления $L_m = 1067,43$ Дж / г, скрытой теплоты испарения $L_v = 1066,5$ Дж / г, температуры плавления $T_m = 2324$ К, температуры испарения $T_v = 3273,15$ К, полуширины кривой $\Delta T = 30$ К и функции Хевисайда H [9, 10].

Температурозависимые коэффициенты ρ , C_p , k определяются кусочно-аналитическими функциями [9].

На рис. 1 представлена геометрия модели. Стрелками сверху (граница 1) обозначена область воздействия лазера, плотность теплового потока которого характеризуется гауссовым распределением, Вт/м²:

$$P_g = B \left(\frac{E_p}{P_w \left(\frac{\pi}{4} D^2 \right)} \right) \exp \left(-\frac{(x - x_r)^2}{2 \Phi^2} \right), \quad (4)$$

где $\Phi = 100$ мкм – стандартное отклонение гауссова лазерного луча; $x_r = 1000$ мкм – опорная точка, соответствующая центру лазерного луча; $D = 0,6$ мм – диаметр луча; $B = 0,25$ – поглощательная способность; $P_w = 0,5$ мс – длительность импульса; E_p – энергия импульса.

Также на границе 1 наблюдаются естественное конвекционное охлаждение и излучение (пульсирующий лазерный источник тепла), которые задаются равенством

$$-k \frac{dT}{dy} = \beta P_g - h(T - T_a) - \sigma \varepsilon (T^4 - T_a^4), \quad (5)$$

где β – прямоугольная функция параметра включения и выключения лазера; $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴) – постоянная Стефана-Больцмана; $\varepsilon = 0,7$ – излучательная способность; $T_a = 293,15$ К – температура окружающей среды; $h = 10$ Вт/(м²·К) – коэффициент теплоотдачи.

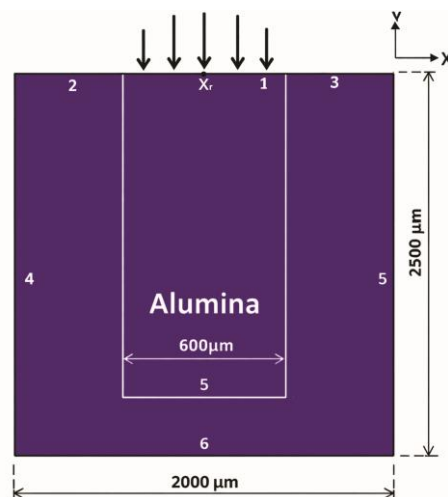


Рис. 1. Двумерная геометрия модели (1 μm = 10⁻⁶ м)
Fig. 1. Two-dimensional geometry of the model (1 μm = 10⁻⁶ м)

На границах 2 и 3 накладываются условия конвективного теплообмена, на границах 4 и 5 радиационные потери, на границе 6 краевое условие:

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} = h(T - T_a) - \sigma \varepsilon (T^4 - T_a^4), \quad (6)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial y} = h(T - T_a) - \sigma \varepsilon (T^4 - T_a^4), \quad (7)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0. \quad (8)$$

В начальный момент времени во всей расчетной области температура равна температуре окружающей среды $T(x, y, 0) = T_0 = 293,15 \text{ K}$.

Методология исследования

Методами математического моделирования в программном комплексе COMSOL Multiphysics [11] с заданными параметрами лазера JK 701 Lumonics и керамического образца из оксида алюминия [9] проведена серия замеров площади расплавленного материала в продольном сечении образца по центральной оси запуска лазерного импульса при наличии в об-

разце трещин различной глубины, представленных в виде треугольников (рис. 2). Цель исследования – определение вида аналитической зависимости между площадью расплава и геометрическими характеристиками трещины.

Анализ и обсуждение результатов

С помощью имитационного моделирования в COMSOL Multiphysics для энергии импульса лазерной установки $E_p = 1 \text{ Дж}$ рассмотрена серия замеров площади расплавленного материала $S, \text{ м}^2$, в продольном сечении образца по центральной оси действия лазерного импульса при $T > 2324 \text{ K}$ в случае, когда в образце присутствует трещина, представленная в виде треугольника с высотой $h, \text{ м}$, и основанием $a, \text{ м}$. Смоделировано и обработано 33 различных примера с диапазоном для h от 10^{-4} м до $8 \cdot 10^{-4} \text{ м}$ и для a от 10^{-4} м до $12 \cdot 10^{-4} \text{ м}$. Установлена функциональная зависимость вида

$$S(h, a) = 105 \cdot h \cdot 10^{-6} - 17 \cdot a \cdot 10^{-6} + 1,3 \cdot 10^{-8}. \quad (9)$$

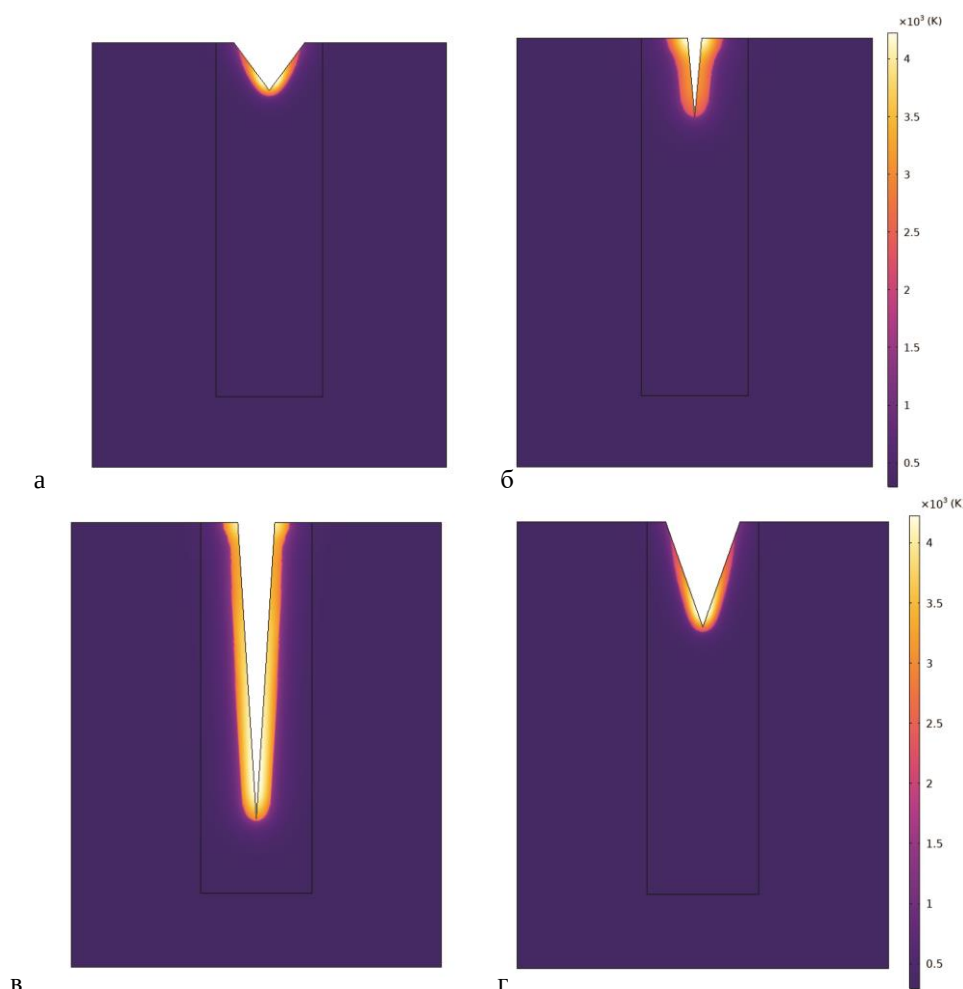


Рис. 2. Примеры трещин в ванне расплава: а – $h = 2,7 \cdot 10^{-4} \text{ м}$, $a = 4 \cdot 10^{-4} \text{ м}$; б – $h = 4,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}$, $a = 10^{-4} \text{ м}$; в – $h = 16 \cdot 10^{-4} \text{ м}$, $a = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}$; г – $h = 6 \cdot 10^{-4} \text{ м}$, $a = 4 \cdot 10^{-4} \text{ м}$

Fig. 2. Examples of cracks in the melt pool а is $h = 2,7 \cdot 10^{-4} \text{ м}$, $a = 4 \cdot 10^{-4} \text{ м}$; б is $h = 4,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}$, $a = 10^{-4} \text{ м}$; в is $h = 16 \cdot 10^{-4} \text{ м}$, $a = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}$; г is $h = 6 \cdot 10^{-4} \text{ м}$, $a = 4 \cdot 10^{-4} \text{ м}$

Необходимо отметить, что в случае $S(0,0) = 1,3 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2$, полученное значение соответствует площади сечения ванны расплава в случае ровной поверхности образца (см. **рис. 1**), что численно подтверждается соответствующими результатами моделирования.

Методами математической статистики проведена проверка качества уравнения (9), а именно, оценка множественного коэффициента корреляции R

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{\text{ост}}^2}{\sigma_s^2}}, \quad (11)$$

где $\sigma_{\text{ост}}^2$ – остаточная дисперсия; σ_s^2 – общая дисперсия результативного признака S .

Она составляет 98%, что свидетельствует о высоком влиянии выбранных факторов на результат и высокой доле дисперсии результативного признака. Также аналогичная оценка статистической зависимости между h и a практически равна нулю, что является важным моментом при подборе факторов множественной регрессии.

Статистическая значимость с уровнем 95% подтверждается F -критерием Фишера:

$$F = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot \frac{n - m - 1}{m}, \quad (12)$$

где n – число наблюдений; m – число факторных признаков в линейной регрессии.

Установлено, что $F > F_{\text{таб}}$ как для всего уравнения (9), так и для каждого отдельного его коэффициента, что статистически обосновывает и подтверждает целесообразность включения выбранных факторов в уравнение и также подтверждает t -критерий Стьюдента при аналогичном уровне значимости.

Получены оценки средней квадратичной ошибки коэффициента регрессии m_h, m_a для h и a :

$$m_h = \frac{\sigma_s \sqrt{1 - R^2}}{\sigma_h \sqrt{1 - R_{ha}^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n - m - 1}} = 9,02 \cdot 10^{-6},$$

$$m_a = \frac{\sigma_s \sqrt{1 - R^2}}{\sigma_a \sqrt{1 - R_{ha}^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n - m - 1}} = 4,47 \cdot 10^{-6}, \quad (13)$$

где R_{ha}^2 – коэффициент корреляции между h и a ; $\sigma_s, \sigma_h, \sigma_a$ – средние квадратичные отклонения для признаков S, h и a соответственно.

Отметим, что, зная диаметр лазерного луча (в нашем случае $D = 0,6 \text{ мм}$), полученный результат можно использовать для оценки объема материала, расплавленного в трещине. Расчет в этом случае сводится к вычислению соответствующего интеграла по известной границе тела вращения. Предварительные

замеры показали, что чем уже и глубже трещина, тем больше объем расплавленного материала на стенках трещины, а в отдельных случаях он соизмерим и превышает объем самой трещины. Данный факт вызывает особый интерес с позиции организации технологического процесса по заделке трещин в образце без использования сторонних материалов, а именно уменьшение глубины трещины за счет её расширения.

Заключение

Разработанная модель позволяет оценить объем расплавленного материала на стенках трещины керамического образца из оксида алюминия. Полученная аппроксимация отражает аналитическую зависимость между площадью расплавленного материала в продольном сечении трещины её шириной и глубиной, что позволяет расширить представления об особенностях физико-химических процессов, проходящих внутри ванны расплава на пористых образцах. Полученный результат может быть использован в качестве основы для модернизации процесса зачеканки трещин и инъектирования, а также процесса уменьшения глубины пористости без добавления сторонних материалов.

Список источников

1. Аддитивные технологии. Материалы и технологические процессы / Рудской В.К. [и др.]. СПб.: Политех-Пресс, 2021. 515 с.
2. Mukherjee T., DebRoy T. Theory and Practice of Additive Manufacturing 1st Edition, Wiley, 2023.
3. Review on laser directed energy deposited aluminum alloys / Liu T.S., Chen P., et al. // Int. J. Extrem. Manuf. 2024, vol. 6, no. 2, 022004.
4. A review of multi-scale and multi-physics simulations of metal additive manufacturing processes with focus on modelling strategies / Bayat M., Dong W., Thorborg J., To A. C., Hattel J. H. // Additive Manufacturing, 2021, 47, 102278.
5. Yu T., Zhao J. Quantitative simulation of selective laser melting of metals enabled by new high-fidelity multiphase, multiphysics computational tool // Comput. Methods Appl. Mech. Eng., 2022, 399, 115422.
6. Russell M.A., Souto-Iglesias A., Zohdi T.I. Numerical simulation of Laser Fusion Additive Manufacturing processes using the SPH method // Comput. Methods Appl. Mech. Eng., 2018, 341, 163-187.
7. Yua J., Lin X., Wang J. Mechanics and energy analysis on molten pool spreading during laser solid forming // Applied Surface Science, 2010, 256, 4612-4620.
8. Samant A.N., Dahotre N.B. Laser machining of structural ceramics – a review // J. Eur. Ceram. Soc. 2009, vol. 29, no. 6, pp. 969-993.
9. One-dimensional multipulse laser machining of structural alumina: Evolution of surface topography / Vora H.D., Santhanakrishnan S., Harimkar S.P., Boetcher S.K.S., Dahotre N.B. // Int. J. Adv. Manuf. Technol. 2013, 68, 69–83.
10. Гордеев Г.А. Моделирование теплофизических процессов в порошках металлов при селективном лазер-

ном плавлении: дис. ... канд. физ.-мат. наук. Ижевск, 2020. 189 с.

11. COMSOL Documentation [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://localhost:8090/docserver/#!/com.comsol.help.comsol/helpdesk/helpdesk.html>. Заглавие с экрана.

References

1. Rudskoy V.K. et al. *Additivnye tekhnologii. Materialy i tekhnologicheskie protsessy* [Additive technologies: Materials and technological processes]. Saint Petersburg: Politekh-Press, 2021, 515 p. (In Russ.)
2. Mukherjee T., DebRoy T. Theory and Practice of Additive Manufacturing. 1st ed. Wiley, 2023.
3. Liu T.S., Chen P. et al. Review on laser directed energy deposited aluminum alloys. *International Journal of Extreme Manufacturing*. 2024;6(2):022004.
4. Bayat M., Dong W., Thorborg J., To A.C., Hattel J.H. A review of multi-scale and multi-physics simulations of metal additive manufacturing processes with focus on modelling strategies. *Additive Manufacturing*. 2021;47:102278.
5. Yu T., Zhao J. Quantitative simulation of selective laser melting of metals enabled by new high-fidelity multiphase, multiphysics computational tool. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2022;399:115422.
6. Russell M.A., Souto-Iglesias A., Zohdi T.I. Numerical simulation of laser fusion additive manufacturing processes using the SPH method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2018;341:163-187.
7. Yua J., Lin X., Wang J. Mechanics and energy analysis on molten pool spreading during laser solid forming. *Applied Surface Science*. 2010;256:4612-4620.
8. Samant A.N., Dahotre N.B. Laser machining of structural ceramics - A review. *Journal of the European Ceramic Society*. 2009;29(6):969-993.
9. Vora H.D., Santhanakrishnan S., Harimkar S.P., Boetcher S.K.S., Dahotre N.B. One-dimensional multipulse laser machining of structural alumina: Evolution of surface topography. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2013;68:69-83.
10. Gordeev G.A. *Modelirovanie teplofizicheskikh protsessov v poroshkakh metallov pri selektivnom lazernom plavlenii* [Modeling of thermophysical processes in metal powders during selective laser melting]. Ph.D. dissertation in Physics and Mathematics. Izhevsk, 2020, 189 p. (In Russ.)
11. COMSOL Documentation. Available at: <http://localhost:8090/docserver/#!/com.comsol.help.comsol/helpdesk/helpdesk.html>.

Поступила 24.02.2026; принята к публикации 04.09.2026; опубликована 30.09.2026
Submitted 24/02/2026; revised 04/09/2026; published 30/09/2026

Лосев Александр Сергеевич – кандидат физико-математических наук, доцент, руководитель, Хабаровское отделение Института прикладной математики ДВО РАН, Хабаровск, Россия.
Email: A.S.Losev@yandex.ru. ORCID 0000-0002-5888-3737

Глчан Нюра Ширазовна – инженер-исследователь, Хабаровское отделение Института прикладной математики ДВО РАН, Хабаровск, Россия.
Email: glchyan@yandex.ru

Alexander S. Losev – PhD (Eng.), Associate Professor, Supervisor, Khabarovsk Branch of Institute for Applied Mathematics of the Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences, Khabarovsk, Russia.
Email: A.S.Losev@yandex.ru. ORCID 0000-0002-5888-3737.

Nyura Sh. Glchyan – Research Engineer, Khabarovsk Branch of Institute for Applied Mathematics of the Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences, Khabarovsk, Russia.
Email: glchyan@yandex.ru