ТЕХНОЛОГИИ ОБРАБОТКИ МАТЕРИАЛОВ
MATERIAL PROCESS ENGINEERING

ISSN 1995-2732 (Print), 2412-9003 (Online)
УДК 621.99
DOI: 10.18503/1995-2732-2025-23-2-88-96

ОБЕСПЕЧЕНИЕ ТОЧНОСТИ РЕЗЬБЫ ПРИ ФРЕЗЕРОВАНИИ НА ОСНОВЕ РАСЧЕТА ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ИНСТРУМЕНТАЛЬНОЙ НАЛАДКИ

Мальков О.В., Карельский А.С.

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Аннотация. **Постановка задачи (актуальность работы).** Для изготовления внутренней резьбы используется резьбофрезерование гребенчатыми фрезами, как наиболее гибкий и универсальный способ обработки, не уступающий по производительности обработке метчиками. Для достижения наибольшей производительности следует обрабатывать резьбу на всю ее длину гребенчатыми инструментами за один полный оборот вокруг оси резьбы, в результате чего увеличивается угловое и радиальное перемещение торца инструмента из-за его консольного закрепления в инструментальной наладке и несовпадения осей инструмента и резьбы. Это является причиной возникновения под действием силы резания конусности резьбы, прогнозирование которой позволит определить геометрические параметры нового инструмента, а также скорректировать параметры режима резания для получения резьбы заданной точности. **Цель работы.** Разработать теоретическую модель для расчета конусности резьбы, основанную на теоретической модели силы резания при резьбофрезеровании гребенчатыми резьбовыми фрезами. **Используемые методы.** Теоретическая модель конусности резьбы после резьбофрезерования была реализована в программе PTC Mathcad Prime 3.1. **Новизна.** Предложена последовательность расчета конусности внутренней метрической резьбы, образуемой при радиальном и угловом перемещении инструментальной наладки из-за силового взаимодействия инструмента с заготовкой. В расчете использована ранее разработанная теоретическая модель расчета составляющих силы при резьбофрезеровании гребенчатой резьбовой фрезой, также учтено влияние инструментальной наладки, содержащей цанговый патрон. **Результат.** Работоспособность предложенной теоретической модели расчета конусности при фрезеровании гребенчатыми резьбовыми фрезами подтверждена сравнительным анализом расчетных значений конусности с экспериментальными данными, который показал схожую тенденцию. **Практическая значимость.** Результаты расчетного эксперимента с использованием сравнительного анализа с экспериментальными данными по конусности реальных образцов резьбы показали, что максимальные расчетные значения конусности превышают экспериментальные значения и могут являться ограничением для решения оптимизационных задач при проектировании нового инструмента с использованием предложенной расчетной методики.

Ключевые слова: резьбофрезерование, гребенчатая резьбовая фреза, сила резания, моделирование, конусность резьбы, срезаемый слой

© Мальков О.В., Карельский А.С., 2025

Для цитирования

Мальков О.В., Карельский А.С. Обеспечение точности резьбы при фрезеровании на основе расчета перемещения инструментальной наладки // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова. 2025. Т. 23. №2. С. 88-96. https://doi.org/10.18503/1995-2732-2025-23-2-88-96

Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.
The content is available under Creative Commons Attribution 4.0 License.

PROVIDING THE ACCURACY OF THE THREAD DURING MILLING BASED ON THE CALCULATION OF THE MOVEMENT OF THE TOOL SETUP

Malkov O.V., Karelskiy A.S.

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

***Abstract*. Problem Statement (Relevance).** For the manufacture of internal threads, thread milling cutter is used as the most flexible and versatile processing method, which is not inferior in performance to tap processing. To achieve the highest productivity, the thread should be processed for its entire length with tools in one complete revolution around the thread axis, as a result of which the angular and radial movement of the end of the tool increases due to its cantilever attachment in the tool setup and the mismatch of the axes of the tool and the thread. This is the reason for the appearance of a taper thread under the action of the cutting force, the forecasting of which will allow you to determine the geometric parameters of the new tool, as well as adjust the parameters of the cutting mode to obtain a thread of a given accuracy. **Objective.** Is to develop a theoretical model for calculating the taper of the thread, based on a theoretical model of the cutting force during thread milling with thread cutters. **Methods Applied.** The theoretical model of thread taper after threading was implemented in the PTC Mathcad Prime 3.1 program. **Originality.** The sequence of calculation of the taper of the internal metric thread formed during radial and angular displacement of the tool adjustment due to the force interaction of the tool with the workpiece is proposed. The calculation uses a previously developed theoretical model for calculating the components of force when threading with a thread cutter, and also takes into account the influence of a tool adjustment containing a collet chuck. **Result.** The efficiency of the proposed theoretical model for calculating taper when milling with thread cutters is confirmed by a comparative analysis of the calculated taper values with experimental data, which showed a similar trend. **Practical Relevance.** The results of a computational experiment using comparative analysis with experimental data on the taper of real thread samples showed that the maximum calculated taper values exceed the experimental values, and may be a limitation for solving optimization problems when designing a new tool using the proposed calculation methodology.

***Keywords*:** thread milling, thread milling cutter, cutting force, modeling, taper of the thread, cut layer

For citation

Malkov O.V., Karelskiy A.S. Providing the Accuracy of the Thread During Milling Based on the Calculation of the Movement of the Tool Setup. *Vestnik Magnitogorskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta im. G.I. Nosova* [Vestnik of Nosov Magnitogorsk State Technical University]. 2025, vol. 23, no. 2, pp. 88-96. https://doi.org/10.18503/1995-2732-2025-23-2-88-96

Введение

Резьбофрезерование широко используется при обработке резьбы в корпусных деталях на станках с ЧПУ. В отличие от обработки резьбы метчиками, при резьбофрезеровании инструмент работает как консольно закрепленная балка, в результате чего силовое взаимодействие режущей части инструмента с резьбой [1-3] приводит к радиальному и угловому перемещению инструмента с образованием конусности нарезаемой резьбы [4, 5]. Анализ конусности цилиндрической резьбы показал, что в ГОСТ 11708-82 понятие конусности резьбы отсутствует, а для конической резьбы представлен только термин «угол уклона φ/2», где φ – угол конуса конической резьбы. В ГОСТ Р 53365-2009 (ГОСТ Р 51906-2002) термин «конусность резьбы» присутствует, но является характеристикой конической резьбы специального назначения и заложен в конструкцию резьбы, а не является результатом силового взаимодействия инструмента и заготовки. Поскольку наиболее распространенные в обработке внутренние метрические цилиндрические резьбы нормируются допусками на средний (T_{D2}) и внутренний (T_{D1}) диаметры, то примем во внимание, что конусность резьбы должна на всей длине свинчивания укладываться в поле допуска на средний диаметр резьбы.

Таким образом, целью проведенных исследований является теоретический расчет конусности внутренней метрической резьбы на основе расчета радиального и углового перемещений инструментальной наладки в результате взаимодействия инструмента с заготовкой при фрезеровании, что позволит управлять параметрами инструмента и процесса для обеспечения заданной точности резьбы.

Определение смещения резьбовой фрезы под действием силы резания

Для определения точности резьбы и наличия конусности необходимо рассматривать резьбовую фрезу в контексте инструментальной наладки, которая включает в себя патрон. Для определения углового перемещения наладки на угол φ_k и радиального перемещения на длину $\Delta f_{нр}$, связанных с податливостью наладки и упругой изгибной деформацией инструмента, была разработана расчетная схема, представленная на **рис. 1**. Для расчёта конусности резьбы необходимо определить перемещения в точках начала и конца резьбы (см. **рис. 1**, точки *b*

и a). Конусность резьбы c в этом случае будет определяться по формуле

$$c = 2 \cdot \frac{\Delta f_a - \Delta f_b}{l}, \quad (1)$$

где l – длина резьбы между точками a и b, мм.

При работе инструментальной наладки на каждый резьбообразующий профиль резьбовой фрезы, участвующий в формировании резьбы, действует суммарная составляющая силы резания P_{xy}, которая является результатом суммарного действия касательной P_t и радиальной P_r составляющих силы резания [6]. Цельные твердосплавные гребенчатые резьбовые фрезы представляют собой стержень с цилиндрическим хвостовиком и рабочей частью с винтовыми стружечными канавками длиной l_p и углом наклона ω, из-за чего векторы составляющих силы резания лежат в разных плоскостях и вносят разный вклад в суммарную силу резания, что приводит к постоянному изменению положения инструментальной наладки в процессе обработки.

В качестве примера инструментальной наладки выбран тип закрепления цельного инструмента в цанговый патрон. Установлено, что касательная и радиальная составляющие силы резания приводят к перемещению резьбообразующих профилей фрезы. Осевая составляющая силы резания в расчете не участвует, так как вносит малый вклад за счет высокой осевой жесткости цельного твердосплавного инструмента.

Расположение касательных P_t и радиальных P_r составляющих силы резания представлено на **рис. 2** [5], где касательные и радиальные составляющие силы резания имеют индексы $P_{r\,i,j}$ и $P_{t\,i,j}$, где i – номер зуба, j – номер резьбообразующего профиля в контакте. В общем случае зубья резьбовой гребенчатой фрезы имеют угол наклона ω и содержат $u = \frac{l_p}{P}$ резьбообразующих профилей, каждый из которых срезает слой одинаковой формы (см. **рис. 2,** стрелка *б*) и, соответственно, проходит все сечения вдоль угла контакта как однодисковая резьбовая фреза [6]. Мгновенные значения составляющих силы резания определяются в месте контакта режущих кромок фрезы со срезаемым слоем для каждого резьбообразующего профиля с учетом смещения по углу контакта из-за наличия угла ω [9], угловая координата j-го профиля $\chi_j = j \cdot \Delta\chi$ – различна, и относительно друг друга профили смещаются на величину

$$\Delta\chi = \frac{2P \cdot tg\,\omega}{d_p}. \quad (2)$$

При $\omega \neq 0$ каждый резьбообразующий профиль будет входить в контакт с заготовкой в разное время, а при $\omega = 0$ вершины резьбообразующих профилей находятся на одной прямой и координата χ у всех профилей одинаковая.

В представленной модели описываются условия, когда резьбовая фреза обрабатывает резьбу на всю свою рабочую длину l_p, так как в этом случае достигается максимальная производительность обработки. В случае, когда длина резьбы меньше, чем длина рабочей части инструмента, обработка будет идти на длине резьбы l, а число одновременно работающих профилей в таком случае будет равно $u = \frac{l}{P}$.

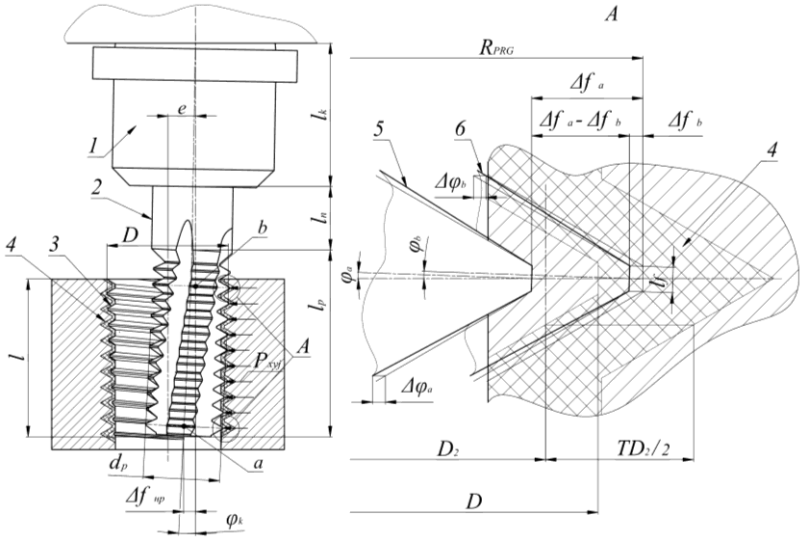


Рис. 1. Расчетная схема определения радиального и углового перемещения инструментальной наладки: 1 – цанговый патрон; 2 – резьбовая фреза; 3 – получаемая резьба; 4 – поле допуска резьбы; 5 – искажение профиля резьбы на длине резьбы l в точке a; 6 – искажение профиля резьбы в начале резьбы в точке b

Fig. 1. Calculation scheme for determining the radial and angular displacement of the tool adjustment: 1 is collet chuck, 2 is thread milling cutter, 3 is the resulting thread, 4 is thread tolerance field, 5 is distortion of the thread profile along the thread length l at point a, 6 are distortion of the thread profile at the beginning of the thread at point b

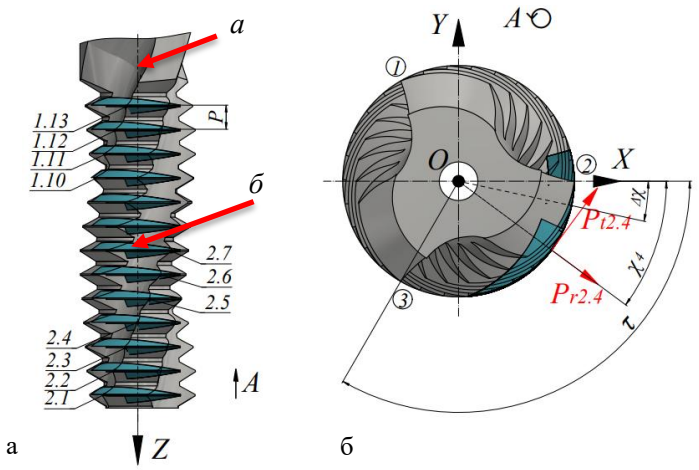


Рис. 2. Расчетная схема определения проекций касательной P_t и радиальной P_r составляющих силы: а – цельная резьбовая фреза; б – единичный срезаемый слой; 1.10-1.13, 2.1-2.7 – резьбообразующие профили на двух зубьях, находящиеся в контакте с заготовкой; 1, 2, 3 – номера зубьев

Fig. 2. Calculation scheme for determining the projections of tangential P_t and radial P_r components of the force: a is solid thread milling cutter; б is single cut layer; 1.10-1.13, 2.1-2.7 are thread–forming profiles on two teeth in contact with the workpiece; 1, 2, 3 are tooth numbers

Исходя из всех описанных условий для определения максимальных перемещений инструмента, была разработана схема нагружения фрезы, представленная на **рис. 3.** В качестве нагрузки с каждого j-го резьбообразующего профиля фрезы на ось действуют рассчитанные проекции на ортогональные оси P_{xj} и P_{yj} составляющих силы резания, вследствие чего ось инструмента отклоняется на расстояние Δf_x по оси X и на Δf_y по оси Y. Составляющие силы P_{xj} и P_{yj} вдоль оси Z являются переменными на каждом резьбообразующем профиле, что приводит к изменению в пространстве суммарной составляющей P_{xy} и изменению положения плоскости, содержащей суммарное отклонение. Максимальные радиальное $\Delta f_{нр}$ и угловое φ_k перемещения определяются в плоскости, содержащей максимальную суммарную равнодействующую P_{xy}. Максимальное суммарное перемещение $\Delta f_{нр}$ определяется как

$$\Delta f_{нр} = \sqrt{\Delta f_x^2 + \Delta f_y^2}\,. \qquad (3)$$

Для определения составляющих силы резания P_{xj} и P_{yj} касательные P_t и радиальные P_r составляющие проецировались на ортогональные оси X и Y для каждого резьбообразующего профиля:

$$\begin{aligned} P_{xj} &= P_{t1,j}\cdot\sin\left(\tau-\chi_j\right)+P_{r1,j}\cdot\cos\left(\tau-\chi_j\right)+\\ &+P_{t2,j}\cdot\sin\left(-\chi_j\right)+P_{r2,j}\cdot\cos\left(-\chi_j\right)+\\ &+P_{t3,j}\cdot\sin\left(-\tau-\chi_j\right)+P_{r3,j}\cdot\cos\left(\tau-\chi_j\right); \end{aligned} \qquad (4)$$

$$\begin{aligned} P_{yj} &= P_{t1,j}\cdot\cos\left(\tau-\chi_j\right)-P_{r1,j}\cdot\sin\left(\tau-\chi_j\right)+\\ &+P_{t2,j}\cdot\cos\left(-\chi_j\right)-P_{r2,j}\cdot\sin\left(-\chi_j\right)+\\ &+P_{t3,j}\cdot\cos\left(-\tau-\chi_j\right)-P_{r3,j}\cdot\sin\left(-\tau-\chi_j\right), \end{aligned} \qquad (5)$$

где $P_{t1,j}$, $P_{t2,j}$, $P_{t3,j}$ и $P_{r1,j}$, $P_{r2,j}$, $P_{r3,j}$ – касательные и радиальные составляющие силы при резьбофрезеровании на j-м профиле 1, 2 и 3 зуба соответственно (см. **рис. 2**).

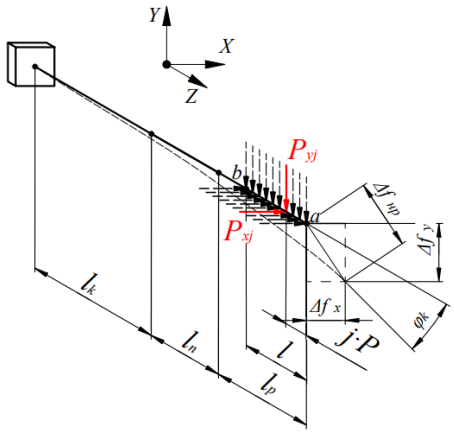


Рис. 3. Расчетная схема для определения перемещения наладки вследствие ее нагружения составляющими силы P_x и P_y

Fig. 3. Calculation scheme for determining the displacement of the adjustment due to its loading by the force components P_x and P_y

Угловой шаг зубьев τ должен учитывать неравномерность $\Delta\tau$ (для учета вибраций при обработке) и погрешность изготовления $\delta\tau_z$, которые могут быть как положительными, так и отрицательными:

$$\tau = \frac{360°}{z} \pm \Delta\tau \pm \delta\tau_z\,. \qquad (6)$$

Значения проекций составляющих силы резания участвуют в расчете перемещений наладки, а для углового перемещения необходимо определить равнодействующую составляющую:

$$P_{xyj} = \sqrt{P_{xj}^{\,2} + P_{yj}^{\,2}}\,. \qquad (7)$$

Для расчета $\Delta f_{нр}$ необходимо вычислить интеграл Мора от изгибающих моментов по осям X и Y. Для этого на **рис. 4**, **а** построены эпюры изгибающих моментов от составляющих силы, действующей на j-й резьбообразующий профиль, и от единичной силы, приложенной в точку a. Представленные эпюры от силы P_{xj} по оси X разделены на участки согласно элементам наладки: участок патрона длиной l_k, участки хвостовика фрезы l_n и ее режущей части l_p, имеющие разные сечения и моменты инерции J_k, J_n и J_p соответственно. Схема расчета перемещения от силы P_{yj} будет аналогичной.

Максимальное перемещение Δf_{xa} в точке a будет определяться как сумма перемещений от силы P_{xj} на каждый резьбообразующий профиль. Формула для вычисления максимального перемещения с учетом контактной податливости инструментальной наладки принимает вид

$$\Delta f_{xa} = \sum_{j=1}^{u} \left(\begin{array}{l} \int\limits_0^{l_k} \frac{M_{xj}(z)\cdot M_{1x}(z)}{E_k \cdot J_k} dz + \int\limits_{l_k}^{l_k+l_n} \frac{M_{xj}(z)\cdot M_{1x}(z)}{E \cdot J_n} dz + \\ + \int\limits_{l_k+l_n}^{l_\Sigma - j\cdot P} \frac{M_{xj}(z)\cdot M_{1x}(z)}{E \cdot J_{px}} dz + P_{xj}\cdot \frac{\theta_1}{M}\cdot (l_\Sigma - j\cdot P)^2 \\ + P_{xj}\cdot \frac{\theta_2}{M}\cdot (l_n + l_p - j\cdot P)^2 \end{array} \right), \quad (8)$$

где j – номер профиля; E и E_k – модуль Юнга материала фрезы и материала цангового патрона, МПа; $\frac{\theta_1}{M}$ и $\frac{\theta_2}{M}$ – контактная податливость в стыках закрепления фрезы на станке в цанговом патроне [7].

В представленной модели рассматривалась обработка резьбы в заготовках, жесткость которых, с учетом их закрепления на рабочем столе станка, значительно превышает жесткость инструментальной наладки. Вследствие чего заготовка принималась как абсолютно жесткий элемент, а влияние материала заготовки на силу резания учтено в расчете [9].

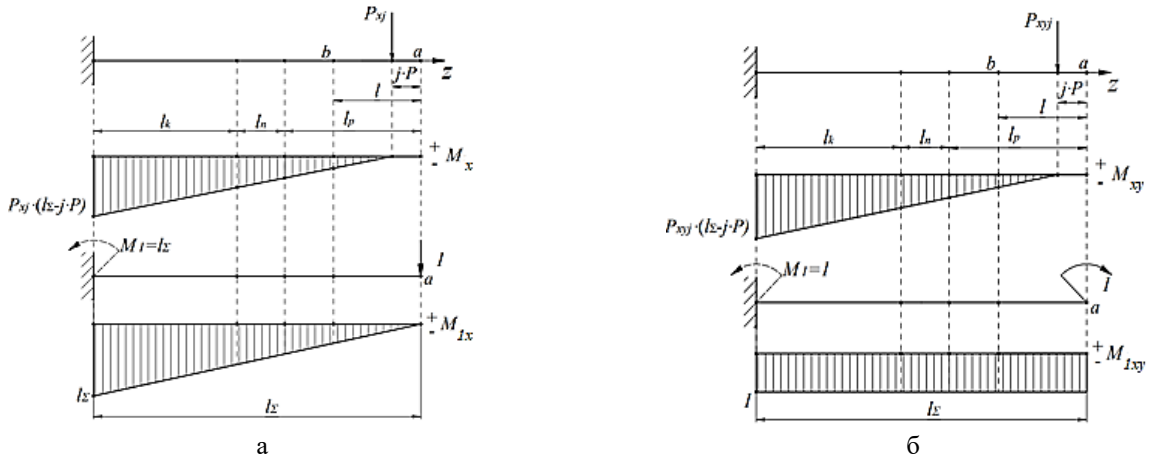
В расчете использовались значения контактной податливости для закрепления цангового патрона в конусе шпинделя станка $\frac{\theta_1}{M}$, (кН·м)$^{-1}$, и фрезы в цанговом патроне – $\frac{\theta_2}{M}$.

С учетом раскрытия интегралов формула имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \Delta f_{xa} = {} & \frac{P_{xj}}{E_k \cdot J_k}\cdot \left(l_\Sigma \cdot (l_\Sigma - j\cdot P)\cdot l_k + \frac{l_k^2}{2}\cdot (j\cdot P - 2\cdot l_\Sigma) + \frac{l_k^3}{3} \right) + \\ & + \frac{P_{xj}}{E\cdot J_n}\cdot \left(\left(\begin{array}{c} l_\Sigma \cdot (l_\Sigma - j\cdot P)\cdot (l_k + l_n) + \frac{(l_k+l_n)^2}{2}\times \\ \times (j\cdot P - 2\cdot l_\Sigma) + \frac{(l_k+l_n)^3}{3} \end{array} \right) - \right. \\ & \left. - \left(l_\Sigma \cdot (l_\Sigma - j\cdot P)\cdot l_k + \frac{l_k^2}{2}\cdot (j\cdot P - 2\cdot l_\Sigma) + \frac{l_k^3}{3} \right) \right) + \\ & + \frac{P_{xj}}{E\cdot J_{px}}\cdot \left(\left(\begin{array}{c} l_\Sigma \cdot (l_\Sigma - j\cdot P)\cdot (l_\Sigma - j\cdot P) + \frac{(l_\Sigma - j\cdot P)^2}{2}\times \\ \times (j\cdot P - 2\cdot l_\Sigma) + \frac{(l_\Sigma - j\cdot P)^3}{3} \end{array} \right) - \right. \\ & \left. - \left(\begin{array}{c} l_\Sigma \cdot (l_\Sigma - j\cdot P)\cdot (l_k + l_n) + \\ + \frac{(l_k+l_n)^2}{2}\cdot (j\cdot P - 2\cdot l_\Sigma) + \frac{(l_k+l_n)^3}{3} \end{array} \right) \right) + \\ & + P_{xj}\cdot \frac{\theta_1}{M}\cdot (l_\Sigma - j\cdot P)^2 + P_{xj}\cdot \frac{\theta_2}{M}\cdot (l_n + l_p - j\cdot P)^2. \end{aligned} \quad (9)$$

Перемещение по оси Y от нагрузки P_{yj} рассчитывается по аналогичной формуле (9).

Моменты инерции хвостовика J_n и сечения патрона J_k рассчитываются по формуле для расчета момента инерции круглого сечения:



а б

Рис. 4. Эпюры изгибающего момента M_x под действием силы P_{xj} и момента M_{1x} от единичной силы в точке a (а) и эпюры изгибающего момента M_{xy} под действием силы P_{xyj} и единичного момента M_{1xy} в точке a (б)

Fig. 4. Diagrams of the bending moment M_x under the action of the force P_{xj} and the moment M_{1x} from the unit force at point a (a) and diagrams of the bending moment M_{xy} under the action of the force P_{xyj} and the unit moment M_{1xy} at point a (б)

$$J = \frac{\pi \cdot d^4}{64}, \qquad (10)$$

где d – наружный диаметр соответствующего элемента наладки, мм.

В связи с тем, что при нечетном количестве зубьев сечение рабочей части фрезы является несимметричным относительно системы координат, то для расчета момента инерции необходимо определить момент инерции относительно оси X (J_{px}) и оси Y (J_{py}). Определение осевых моментов инерции сечения производилось в программе *Autodesk Inventor Professional* 2018. Форма стружечной канавки определялась по точкам в программе САПР резьбовых фрез [8]. Полученные результаты анализа сечения фрезы показали, что наблюдается постоянство моментов инерции, при котором $J_{px} \approx J_{py}$ при повороте сечения относительно начала координат для четного и нечетного количества зубьев резьбовых фрез z = 3–7 с отклонением, не превышающим 5%.

Для определения расположения профиля резьбы в поле допуска резьбы (см. **рис. 1**), помимо смещения $\Delta f_{\text{нр}}$, необходимо также определить и угол поворота наладки φ_k. Максимальные радиальные и угловые перемещения наладки соответствуют перемещению в точке a: $\Delta f_{\text{нр}} = \Delta f_a$ и $\varphi_k = \varphi_a$.

Построены эпюры для определения угла поворота инструментальной наладки от равнодействующей составляющей силы резания, приложенной к соответствующему резьбообразующему профилю (см. **рис. 4, б**).

При определении углового перемещения в точке a формула примет вид

$$\varphi_a = \sum_{j=1}^{u} \left(\begin{array}{c} \int_0^{l_k} \frac{M_{xyj}(z) \cdot M_{1xy}(z)}{E_k \cdot J_k} dz + \int_{l_k}^{l_k+l_n} \frac{M_{xyj}(z) \cdot M_{1xy}(z)}{E \cdot J_n} dz + \\ + \int_{l_k+l_n}^{l_\Sigma - j \cdot P} \frac{M_{xyj}(z) \cdot M_{1xy}(z)}{E \cdot J_{pxy}} dz + \\ + \operatorname{arctg}\left(P_{xj} \cdot \frac{\theta_1}{M} \cdot (l_\Sigma - j \cdot P)^2 \right) + \\ + \operatorname{arctg}\left(P_{xj} \cdot \frac{\theta_2}{M} \cdot (l_n + l_p - j \cdot P)^2 \right) \end{array} \right). \qquad (11)$$

Раскрытие интеграла на примере первого участка [0; l_k] принимает вид

$$\begin{aligned} \varphi_a = {} & \frac{P_{xyj}}{E_k \cdot J_k} \cdot \left((l_\Sigma - j \cdot P) \cdot l_k - \frac{l_k^2}{2} \right) + \frac{P_{xyj}}{E \cdot J_n} \times \\ & \times \left(\left((l_\Sigma - j \cdot P) \cdot (l_k + l_n) - \frac{(l_k + l_n)^2}{2} \right) - \left((l_\Sigma - j \cdot P) \cdot l_k - \frac{l_k^2}{2} \right) \right) + \\ & + \frac{P_{xyj}}{E \cdot J_{pxy}} \cdot \left(\begin{array}{c} \left((l_\Sigma - j \cdot P) \cdot (l_\Sigma - j \cdot P) - \frac{(l_\Sigma - j \cdot P)^2}{2} \right) - \\ - \left((l_\Sigma - j \cdot P) \cdot (l_k + l_n) - \frac{(l_k + l_n)^2}{2} \right) \end{array} \right) + \\ & + \operatorname{arctg}\left(P_{xj} \cdot \frac{\theta_1}{M} \cdot (l_\Sigma - j \cdot P)^2 \right) + \operatorname{arctg}\left(P_{xj} \cdot \frac{\theta_2}{M} \cdot (l_n + l_p - j \cdot P)^2 \right). \end{aligned} \qquad (12)$$

Момент инерции сечения на режущей части фрезы рассчитывается по формуле

$$J_{pxy} = \sqrt{J_{px}^2 + J_{py}^2}. \qquad (13)$$

Для определения конусности на всей длине резьбы необходимо рассчитать перемещения профиля резьбы в точке b (см. **рис. 1**). В этом случае изменяются только эпюры момента от единичной силы и единичного момента, которые прикладываются в точку b (**рис. 5**), а расчет перемещения производится по формуле

$$\Delta f_{xb} = \sum_{j=1}^{u} \left(\begin{array}{c} \int_0^{l_k} \frac{M_{xj}(z) \cdot M_{1x}(z)}{E_k \cdot J_k} dz + \int_{l_k}^{l_k+l_n} \frac{M_{xj}(z) \cdot M_{1x}(z)}{E \cdot J_n} dz + \\ + \int_{l_k+l_n}^{l_\Sigma - l} \frac{M_{xj}(z) \cdot M_{1x}(z)}{E \cdot J_{px}} dz + \\ + P_{xj} \cdot \frac{\theta_1}{M} \cdot \left((l_\Sigma - l) \cdot (l_\Sigma - j \cdot P) \right) + \\ + P_{xj} \cdot \frac{\theta_2}{M} \cdot \left((l_n + l_p - l) \cdot (l_n + l_p - j \cdot P) \right) \end{array} \right). \qquad (14)$$

Раскрытие интеграла на примере первого участка имеет вид

$$\begin{aligned} \Delta f_{xb} = {} & \frac{P_{xj}}{E_k \cdot J_k} \cdot \left(\left(l_\Sigma \cdot (l_\Sigma - l - j \cdot P) + j \cdot P \cdot l \right) \cdot l_k + \frac{l_k^2}{2} \cdot (j \cdot P + l - 2 \cdot l_\Sigma) + \frac{l_k^3}{3} \right) + \\ & + \frac{P_{xj}}{E \cdot J_n} \cdot \left(\begin{array}{c} \left(\left(l_\Sigma \cdot (l_\Sigma - l - j \cdot P) + j \cdot P \cdot l \right) \cdot (l_k + l_n) + \frac{(l_k + l_n)^2}{2} \cdot (j \cdot P + l - 2 \cdot l_\Sigma) + \frac{(l_k + l_n)^3}{3} \right) - \\ - \left(\left(l_\Sigma \cdot (l_\Sigma - l - j \cdot P) + j \cdot P \cdot l \right) \cdot l_k + \frac{l_k^2}{2} \cdot (j \cdot P + l - 2 \cdot l_\Sigma) + \frac{l_k^3}{3} \right) \end{array} \right) + \\ & + \frac{P_{xj}}{E \cdot J_{px}} \cdot \left(\begin{array}{c} \left(\left(l_\Sigma \cdot (l_\Sigma - l - j \cdot P) + j \cdot P \cdot l \right) \cdot (l_\Sigma - l) + \frac{(l_\Sigma - l)^2}{2} \cdot (j \cdot P + l - 2 \cdot l_\Sigma) + \frac{(l_\Sigma - l)^3}{3} \right) - \\ - \left(\left(l_\Sigma \cdot (l_\Sigma - l - j \cdot P) + j \cdot P \cdot l \right) \cdot (l_k + l_n) + \frac{(l_k + l_n)^2}{2} \cdot (j \cdot P + l - 2 \cdot l_\Sigma) + \frac{(l_k + l_n)^3}{3} \right) \end{array} \right) + \\ & + P_{xj} \cdot \frac{\theta_1}{M} \cdot \left((l_\Sigma - l) \cdot (l_\Sigma - j \cdot P) \right) + P_{xj} \cdot \frac{\theta_2}{M} \cdot \left((l_n + l_p - l) \cdot (l_n + l_p - j \cdot P) \right). \end{aligned} \qquad (15)$$

Угловое перемещение в точке b рассчитывается по формуле:

$$\varphi_b = \sum_{j=1}^{u}\left(\begin{array}{c}\int_0^{l_k}\frac{M_{xyj}(z)\cdot M_{1xy}(z)}{E_k\cdot J_k}dz+\int_{l_k}^{l_k+l_n}\frac{M_{xyj}(z)\cdot M_{1xy}(z)}{E\cdot J_n}dz+\int_{l_k+l_n}^{l_\Sigma-l}\frac{M_{xyj}(z)\cdot M_{1xy}(z)}{E\cdot J_{pxy}}dz+\\ +\mathrm{arctg}\left(P_{xj}\cdot\frac{\theta_1}{M}\cdot\left((l_\Sigma-l)\cdot(l_\Sigma-j\cdot P)\right)\right)+\mathrm{arctg}\left(P_{xj}\cdot\frac{\theta_2}{M}\cdot\left((l_n+l_p-l)\cdot(l_n+l_p-j\cdot P)\right)\right)\end{array}\right). \quad (16)$$

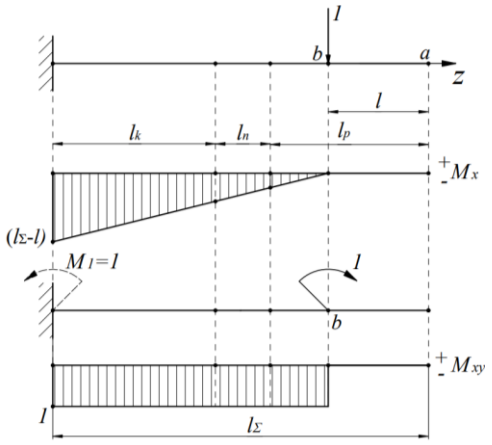


Рис. 5. Эпюры изгибающего момента M_x под действием единичной силы и момента M_{xy} от единичного момента в точке b

Fig. 5. Diagrams of the bending moment M_x under the action of a single force and the moment M_{xy} from a single moment at point b

Проведен анализ скручивания наладки под действием касательных составляющих силы P_{tj} на каждый j-й резьбообразующий профиль каждого зуба, который показал, что угловые перемещения не превышают 0,05° и не сказываются на точности резьбы, поэтому ими можно пренебречь.

Представленная последовательность расчета в полной мере позволяет определить радиальное и угловое перемещение инструментальной наладки от силы в процессе резания, но только для одного дискретного положения фрезы при определенном наборе касательных и радиальных составляющих силы резания. Для получения полной картины изгиба инструмента при обработке на всем угле контакта необходимо использовать модели силы резания, позволяющие оценить ее изменение за все время обработки [9].

Для проверки работоспособности предложены модели расчета конусности при резьбофрезеровании, был проведен расчет для инструментальной наладки, используемой на обрабатывающем центре *DMC* 635*V Ecoline* при фрезеровании фрезой *Sandvik Coromant* R217.15140100*AC*26*N*1630 при закреплении в цанговый патрон с цангой ER25 и хвостовиком BT40, и произведено сравнение с полученными экспериментальными значениями конусности из работы [10]. Исходные данные для расчета: J_k = 1,3·10^5 мм^4, J_n = 1,85·10^3 мм^4, J_p = 757,018 мм^4, E_k = 2,0·10^5 МПа, E = 5,8·10^5 МПа, $\frac{\theta_1}{M}$ = 1,91·10^{-3} (кН·м)$^{-1}$, $\frac{\theta_2}{M}$ = 4,7·10^{-3} (кН·м)$^{-1}$. Для подстановки в формулы расчета линейных и угловых перемещений инструментальной наладки были сформированы массивы данных составляющих силы резания по модели силы резания для гребенчатых резьбовых фрез [9].

Проведено сравнение полученных расчетных значений конусности резьбы с экспериментальными значениями и получены графики изменения конусности резьбы от подачи на зуб S_z и длины резьбы l как наиболее сильно вляющие на конусность, представленные на **рис. 6**. В качестве постоянных значений эксперимента приняты: диаметр режущей части фрезы d_p = 14 мм; длина режущей части фрезы l_p = 32 мм; диаметр резьбы D = 16 мм; шаг резьбы P = 1 мм; подача на зуб S_z = 0,1 мм/зуб; скорость резания V = 120 м/мин; длина фаски резьбообразующего профиля l_f = 0,1 мм; передний угол в торцовом сечении $\gamma_т$ = 10°; задний угол в торцовом сечении $\alpha_т$ = 9°; износ по задней поверхности $h_з$ = 0,08 мм; радиус округления режущих кромок резьбообразующего профиля ρ = 0,01 мм; величина биения зубьев Δh = 0; угол наклона винтовых стружечных канавок ω=10°; число зубьев z = 5. Исходные значения ограничены принятой конструкцией гребенчатой резьбовой фрезы.

Проведенный для указанных выше исходных данных расчет показал, что для максимальной длины резьбы l = 22 мм (принятой при проведении лабораторных экспериментов) значения максимальных радиального и углового перемещений фрезы составляют $\Delta f_{нр}$ = 0,06 мм и $\varphi_к$ = 0,03° = 1,8′. Видно, что угловое перемещение является несущественным для принятых условий расчета, и искажением углов резьбообразующего профиля инструмента вследствие силового взаимодействия можно пренебречь.

Представленные расчетные зависимости описывают максимальные значения конусности, достигаемые при максимальной силе в данных условиях эксперимента. Из **рис. 6** видно, что при увеличении подачи и длины резьбы увеличивается конусность резьбы, что показывает связь с толщиной срезаемого слоя и увеличением длины срезаемого слоя, а следовательно, и с силой резания. Расхождение графиков связано с тем, что измерение конусности на реальных образцах [10] производилось в единственном сечении резьбы, и нельзя сопоставить расположение инструмента в момент получения измеряемого сечения резьбы и оценить фактическую конусность, а также не учитывались вибрации, возникающие в процессе обработки. Расчет проводился для максимальных значений силы резания внутри угла контакта фрезы с заготовкой. На основании этого можно сделать вывод, что расчетные зависимости описывают предельные значения конусности для выбранных усло-

вий обработки, а экспериментальные значения не превышают их.

Максимально допустимое расчетное значение конусности для оценки ее предельного состояния необходимо сравнить с полем допуска резьбы на средний диаметр резьбы T_{D2}:

$$c_{\max} \le \frac{T_{D2}}{l}.$$

Для резьбы М16 с шагом P= 1 мм – T_{D2} = 160 мкм (6Н) ГОСТ16093-2004. Для l_p = 10 мм получим $c_{\max} \le \frac{0,160}{10} = 0,016$. Из **рис. 6** видно, что это условие выполняется во всем расчетном диапазоне параметров, что позволяет сделать вывод о работоспособности предложенной последовательности расчета конусности резьбы на основании модели силы резания для гребенчатых резьбовых фрез.

В статье представлен частный случай резьбофрезерования, для которого максимальная расчетная конусность в 3,8 раза меньше конусности для принятого поля допуска на средний диаметр резьбы. Однако в случаях фрезерования резьбы точного класса или в случаях возможного увеличения силы резания (инструментом с малым диаметром, длинной рабочей частью, большим шагом резьбы, большой подачей на зуб) ситуация может измениться в сторону потери точности обработки.

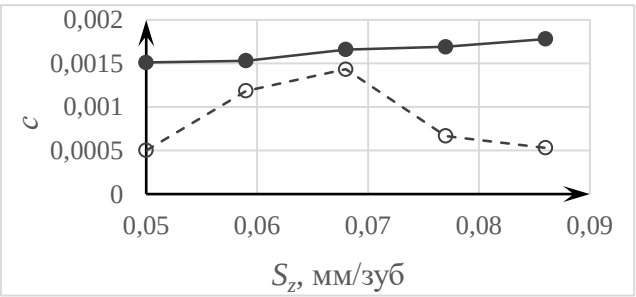
Заключение

Установлено, что при силовом взаимодействии резьбовой фрезы с заготовкой формируется конусность резьбы как частный случай отклонения от цилиндричности. Предложена теоретическая модель расчета конусности резьбы с использованием разработанных ранее теоретических моделей расчета силы при резьбофрезеровании однодисковыми и гребенчатыми фрезами, которая позволяет назначать обоснованные параметры процесса, обеспечивающие заданную точность формируемой внутренней метрической резьбы.

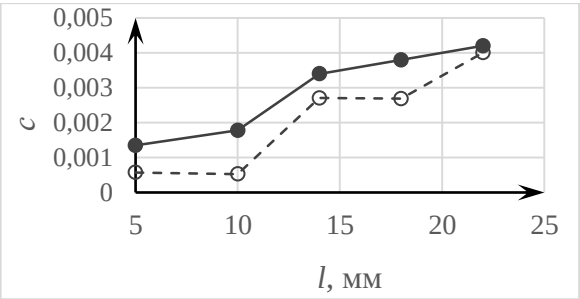
Учет в модели параметров инструментальной наладки позволяет оценить ее влияние на отклонения среднего диаметра и углов профиля резьбы. Расчеты показали, что в принятом диапазоне варьирования подачи на зуб инструмента и длины резьбы расчетное значение конусности превышает экспериментальные значения, что может служить запасом точности при проектировании операции резьбофрезерования. Предложенная система расчета может быть использована для проверки точности резьбофрезерования при подборе или проектировании резьбовых фрез.

Список источников

1. Волков Д.И., Сайкин С.А. Расчет силы резания при фрезеровании внутренней резьбы в жаропрочных сплавах // Вестник РГАТА имени П. А. Соловьева. 2010. № 1(16). С. 145-150.
2. Косарев В.А. Моделирование процесса планетарной обработки внутренних резьб для исследования силовых параметров резьбофрезерования // Вестник МГТУ «Станкин». 2011. № 3(15). С. 74-77.
3. Косарев В.А., Гречишников В.А., Косарев Д.В. Исследование силовых параметров при фрезеровании внутренних резьб с планетарным движением инструмента // СТИН. 2009. № 8. С. 19-22.
4. Сайкин С.А., Цветков Е.В., Толкачев А.В. Измерение силы резания и крутящего момента при резьбофрезеровании // Наукоемкие технологии в машиностроении. 2023. № 1(139). С. 24-30. DOI: 10.30987/2223-4608-2023-1-24-30.
5. Карельский А.С. Повышение точности резьбофрезерования на основе снижения силового взаимодействия инструмента и заготовки: дис. … канд. техн. наук. Москва, 2022.



а



б

Рис. 6. Графики зависимости изменения конусности c экспериментальной (○) и расчетной предельной (●) от подачи на зуб S_z (а) и длины резьбы l (б)(d_p = 14 мм; D = 16 мм; P = 1 мм; S_z = 0,1 мм/зуб; V = 120 м/мин; l_f = 0,1 мм; $\gamma_т$ = 10°; $\alpha_т$ = 9°; $h_з$ = 0,08 мм; ρ = 0,01 мм; Δh = 0; ω=10°; z = 5; $l_р$ = 32 мм; $\Delta\tau$ = 0°; направление резьбофрезерования: встречное)

Fig. 6. Graphs of the dependence of the change in taper c of the experimental (○) and calculated limit (●) on the feed to the tooth S_z (a) and the thread length l (b) (d_p = 14 mm; D = 16 mm; P = 1 mm; S_z = 0.1 mm/tooth; V = 120 m/min; l_f = 0.1 mm; $\gamma_т$ = 10°; $\alpha_т$ = 9°; $h_з$ = 0.08 mm; ρ = 0.01 mm; Δh = 0; ω =10°; z = 5; $l_р$ = 32 mm; $\Delta\tau$ = 0°; thread milling direction: counter)

6. Мальков О.В., Карельский А.С. Теоретический расчет составляющих силы резания при резьбофрезеровании // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова. 2023. Т. 21. №4. С. 46-57.
7. Маслов А.Р., Тивирев Е.Г. Проектирование модульных инструментальных наладок с заданными точностью и жесткостью // Станкоинструмент. 2022. № 2(27). С. 82-86.
8. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2021613537, Российская Федерация. Система автоматизированного проектирования концевых гребенчатых резьбовых фрез для обработки внутренней резьбы / Мальков О.В., Павлюченков И.А.; правообладатели: Мальков О.В., Павлюченков И.А. Заявка № 2021612601; дата поступл. 24.02.2021; дата регистр. 10.03.2021; дата публикации 10.03.2021. Бюл.№3. 1 с.
9. Мальков О.В., Карельский А.С. Расчет силы резания при обработке внутренней резьбы гребенчатыми резьбовыми фрезами // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова. 2024. Т. 22. №3. С. 92-100.
10. Павлюченков И.А. Разработка системы проектирования резьбовых фрез с учетом обеспечения технологичности их изготовления: автореф. дис. … канд. техн. наук. Москва, 2022. 16 с.

References

1. Volkov D.I., Saikin S.A. Calculation of the cutting force when milling internal threads in heat-resistant alloys. *Vestnik RGATA imeni P.A. Soloveva* [Bulletin of the Russian State Technical University named after P.A. Solovyov], 2010;(1(16)):145-150.
2. Kosarev V.A. Modeling the process of planetary processing of internal threads for studying the power parameters of threading. *Vestnik MGTU "Stankin"* [Bulletin of the Moscow State Technical University Stankin], 2011;(3(15)):74-77.
3. Kosarev V.A., Grechishnikov V.A, Kosarev D.V. Investigation of force parameters during milling of internal threads with planetary motion of the tool. *STIN* [STIN], 2009;(8):19-22.
4. Saikin S.A., Tsvetkov E.V., Tolkachev A.V. Measurement of cutting force and torque during thread milling. *Naukoemkie tekhnologii v mashinostroenii* [High-tech technologies in mechanical engineering], 2023;(1(139)):24-30. DOI: 10.30987/2223-4608-2023-1-24-30.
5. Karelskiy A.S. *Povyshenie tochnosti rezbofrezerovaniya na osnove snizheniya silovogo vzaimodeystviya instrumenta i zagotovki: diss. ... kand. tekhn. nauk.* [Improving the accuracy of thread milling based on reducing the force interaction of the tool and the workpiece. Ph.D. dissertation]. Moscow, 2022.
6. Malkov O.V., Karelsky A.S. Theoretical calculation of the components of the cutting force during thread milling. *Vestnik Magnitogorskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. G.I. Nosova* [Vestnik of Nosov Magnitogorsk State Technical University], 2023;21(4):46-57.
7. Maslov A.R., Tivirev E.G. Design of modular tool adjustments with specified accuracy and rigidity. *Stankoinstrument* [Machine tools], 2022;(2(27)):82-86.
8. Malkov O.V., Pavlyuchenkov I.A. Computer-aided design system for end thread cutters for processing internal threads. Certificate of state registration of the computer program No. 2021613537, Russian Federation. Application No. 2021612601. Registered: 03.10.2021. Published: 03.10.2021.
9. Malkov O.V., Karelskiy A.S. Calculation of cutting force when processing internal threads with thread cutters. *Vestnik Magnitogorskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. G.I. Nosova* [Vestnik of Nosov Magnitogorsk State Technical University], 2024;22(3):92-100.
10. Pavlyuchenkov I.A. Razrabotka sistemy proektirovaniya rezbovyh frez s uchetom obespecheniya tekhnologichnosti ih izgotovleniya: avtoref. Dis. … kand. tekhn. nauk. Development of a design system for threaded cutters, taking into account the manufacturability. Extended abstract of Ph.D. dissertation. Moscow, 2022, 16 p.

Поступила 24.10.2024; принята к публикации 04.02.2025; опубликована 30.06.2025
Submitted 24/10/2024; revised 04/02/2025; published 30/06/2025

Мальков Олег Вячеславович – кандидат технических наук, доцент,
Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия.
Email: malkov@bmstu.ru. ORCID 0000-0002-2373-4547

Карельский Александр Сергеевич – кандидат технических наук, доцент,
Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия.
Email: askarel@bmstu.ru. ORCID 0000-0002-8335-7579

Oleg V. Malkov – PhD (Eng.), Associate Professor,
Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia.
Email: malkov@bmstu.ru. ORCID 0000-0002-2373-4547

Alexandr S. Karelskiy – PhD (Eng.), Associate Professor,
Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia.
Email: askarel@bmstu.ru. ORCID 0000-0002-8335-7579