



ISSN 1995-2732 (Print), 2412-9003 (Online)

УДК 621.92

DOI: 10.18503/1995-2732-2022-20-1-95-104

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ ГЛУБИНЫ РЕЗАНИЯ В РАЗНЫХ СЕЧЕНИЯХ ОБРАБАТЫВАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ В ЦИФРОВОМ ДВОЙНИКЕ ОПЕРАЦИИ КРУГЛОГО ВРЕЗНОГО ШЛИФОВАНИЯ С ЧПУ

Акинцева А.В., Переверзев П.П.

Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия

Аннотация. Прогнозирование точности на операциях круглого шлифования с ЧПУ является сложной и до сих пор полностью не решенной задачей. Актуальность задачи обуславливается отсутствием у различных производителей цифрового инструмента, позволяющего контролировать управляющие программы на возможность обеспечения заданной точности обработки. Для решения данной задачи предложено использовать цифровой двойник операции круглого шлифования, который описывает процесс формообразования поверхности. Целью работы является разработка модели расчета глубины резания, которая позволит рассчитывать глубину резания в разных сечениях обрабатываемой поверхности при круглом врезном шлифовании вала с переменной подаемостью по всей длине шлифования. Модель расчета глубины резания в разных сечениях представляет собой «цифровой двойник» процесса шлифования, который симулирует процесс съема слоя металла переменной толщины одновременно по всей длине шлифуемой поверхности на каждом обороте заготовки с учетом переменной подаемости технологической системы. В результате становится возможным расчет текущих значений размеров шлифуемой поверхности, по которым можно рассчитать погрешность обработки диаметральных размеров, формы и взаимного расположения поверхностей. Для разработки модели использованы методы имитационного моделирования, аналитические методы математического моделирования, базирующиеся на фундаментальных физических законах и основных положениях механики резания и теории пластической деформации металла в зоне стружкообразования. Научная новизна приведенных в данной статье исследований заключается в разработке цифрового двойника формообразования обрабатываемой поверхности, который впервые устанавливает взаимосвязь между глубиной резания, режимами резания, упругими деформациями, силами резания и т.д. с точностью обработки. Представленную в данной статье модель расчета глубины резания возможно использовать не только для прогнозирования точности обработки в системе контроля управляющей программы ЧПУ, но и для оптимизации режимов резания проектируемой операции. Это обуславливает большую практическую значимость полученных результатов в производстве.

Ключевые слова: круглое шлифование, цифровой двойник, модель глубины резания, жесткость технологической системы, погрешность обработки.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (грант № FENU-2020-0020).

© Акинцева А.В., Переверзев П.П., 2022

Для цитирования

Акинцева А.В., Переверзев П.П. Моделирование изменения глубины резания в разных сечениях обрабатываемой поверхности в цифровом двойнике операции круглого врезного шлифования с ЧПУ // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова. 2022. Т. 20. №1. С. 95–104. <https://doi.org/10.18503/1995-2732-2022-20-1-95-104>



Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.
The content is available under Creative Commons Attribution 4.0 License.

MODELING THE CUTTING DEPTH CHANGE IN DIFFERENT SECTIONS OF THE PROCESSED SURFACE IN THE DIGITAL TWIN OF THE CIRCULAR PLUNGE CNC GRINDING OPERATION

Akintseva A.V., Pereverzev P.P.

South Ural State University, Chelyabinsk, Russia

Abstract. Predicting accuracy on circular CNC grinding operations is a challenging task, which has still not been completely solved. Relevance of the task is determined by the lack of a digital tool at various manufacturers to monitor control programs for ensuring the set processing accuracy. To accomplish this task, it is proposed to use a digital twin of the circular grinding operation, which describes the process of surface shaping. The objective of the research is to develop a model for calculating the cutting depth in different sections of the processed surface at a circular plunge grinding of the shaft with variable ease along the entire grinding length. The model for calculating the cutting depth in different sections is a «digital twin» of the grinding process, which simulates the process of removing a metal layer of variable thickness simultaneously along the entire length of the grinded surface on each revolution of the workpiece, considering the variable ease of the technological system. As a result, it becomes possible to calculate the current values of the grinded surface dimensions used to calculate the processing error of diametrical dimensions, shape and relative location of surfaces. To develop the model, the authors used simulation modeling methods with applying analytical methods of mathematical modeling based on the fundamental physical laws and fundamentals of cutting mechanics and the theory of metal flow in the chip formation zone. Scientific novelty of the studies presented in this article lies in the development of a digital twin of the processed surface shaping, which for the first time establishes the interrelation between the cutting depth, cutting modes, elastic deformations, cutting forces, etc. and processing accuracy. The model for calculating the cutting depth, presented in this paper, can be used not only to predict processing accuracy in the monitoring system of the CNC control program, but also to optimize the cutting modes of the designed operation. This determines great practical relevance of the obtained results in manufacturing.

Keywords: circular grinding, digital twin, cutting depth model, rigidity of the technological system, processing error.

The research was funded by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (grant No. FENU-2020-0020).

For citation

Akintseva A.V., Pereverzev P.P. Modeling the Cutting Depth Change in Different Sections of the Processed Surface in the Digital Twin of the Circular Plunge CNC Grinding Operation. *Vestnik Magnitogorskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta im. G.I. Nosova* [Vestnik of Nosov Magnitogorsk State Technical University]. 2022, vol. 20, no. 1, pp. 95–104. <https://doi.org/10.18503/1995-2732-2022-20-1-95-104>

Введение

Прогнозирование точности обработки на операциях круглого шлифования с ЧПУ, в которых программные подачи изменяются в автоматическом ступенчатом цикле, является сложной и до сих пор полностью не решенной научной задачей. Точность обработки прогнозируется по расчетным размерам радиусов прошлифованной поверхности детали, которая сформирована в результате многократного съема слоя металла на каждом обороте заготовки в течение всего цикла шлифования. Поэтому необходима модель расчета многократного съема слоя металла на каждом обороте заготовки в течение всего цикла шлифования. Цикл шлифования представляет собой ступенчатое изменение режимов резания в

зависимости от оставшейся части припуска. Применение цикла позволяет использовать весь диапазон режимов резания и сочетать при обработке заготовки различные стадии (черновую, получистовую и чистовую).

Известные на данный момент научные исследования в области прогнозирования точности обработки в области шлифования по большей части направлены на моделирование получаемого микрорельефа и волнистости обрабатываемой поверхности – шероховатости [1–8]. В работах [9–12] рассмотрено прогнозирование точности при шлифовании, но в данных работах нет учета силы резания, упругих деформаций технологической системы и влияния переменных технологических условий (колебание припуска в партии детали, степени затупления круга и т.д.) на точность об-

работки. По сути, происходит прогнозирование точности при обработке в идеальных условиях.

Важнейшим фактором, напрямую влияющим на точность обработки, является переменная податливость технологической системы (ТС) по длине обрабатываемой поверхности. Из-за переменной податливости ТС, под действием силы резания происходит неравномерный прогиб участков вала относительно режущего инструмента, что обуславливает разную глубину резания, а значит, разные значения радиусов и погрешность размеров, формы и расположения всей обработанной поверхности вала. Учитывая ступенчатое изменение программной подачи и нелинейное изменение фактической подачи и силы резания по длине обрабатываемой поверхности из-за переменной податливости ТС, можно сделать вывод, что глубина резания тоже будет изменяться по длине обработки на каждом обороте заготовки.

Для расчета параметров формообразования шлифуемой поверхности и прогнозирования точности обработки необходима модель одновременного расчета переменной глубины резания на всех участках обрабатываемой поверхности на каждом обороте заготовки, в зависимости от податливости каждого участка вала по всей длине шлифования. Совокупность переменных глубин резания по всей длине шлифования образует слой снимаемого металла в каждый момент времени.

Модель расчета глубины резания в разных сечениях представляет собой «цифровой двойник» процесса шлифования, который симулирует процесс съема слоя металла переменной толщины (толщина слоя равна глубине резания) одновременно по всей длине шлифуемой поверхности на каждом обороте заготовки с учетом переменной податливости ТС и переменной глубины резания (равной толщине слоя) по всей длине обрабатываемой поверхности при заданных условиях шлифования.

Цифровой двойник позволяет проводить расчет текущих значений параметров формообразования поверхности, описывающих текущие значения размеров шлифуемой поверхности в течение всего цикла шлифования, и прогнозировать размеры обработанной поверхности вала в конце цикла шлифования путем суммирования толщин слоев съема металла в разных сечениях по длине обрабатываемой поверхности. Результатом такого моделирования являются расчетные значения колебания радиусов обработанной поверхности вала в разных сечениях вала по длине обработки, по ко-

торым можно рассчитать погрешность обработки.

Таким образом, решение задачи прогнозирования точности обработки возможно при помощи цифрового двойника операции круглого врезного шлифования с ЧПУ, созданного на основе системного моделирования множества взаимосвязанных широкодиапазонных аналитических моделей процессов в единую модель расчета значений фактических подач, силы резания и точности обработки с учетом основных технологических факторов.

Полученные результаты и их обсуждение

Рассмотрим взаимосвязь глубины резания $\Delta t_{\phi, c, n}$ в разных сечениях (условно обозначим С1, С2, С3, С4, С5) обрабатываемой поверхности вала с упругими деформациями $y_{c, n}$ в каждом сечении s и на каждом обороте заготовки n . Для начала рассмотрим модель процесса шлифования на первом обороте заготовки (рис. 1, $n = 1$).

На рис. 1 показан гибридный график, совмещающий графики подач $t_{\Pi, n}$, $\Delta t_{\Pi, z}$, $\Delta t_{\phi, c, n}$, упругих перемещений $y_{c, n}$ и на первом обороте $n = 1$ заготовки радиусов заготовки $R_{c, n}$ в поперечных сечениях, равномерно распределенных по длине обрабатываемой поверхности B . При построении расчетной схемы ось заготовки принята неподвижной, а упругие перемещения технологической системы (ТС) относительно оси заготовки совершает шлифовальный круг. Поэтому режущая кромка и ось шлифовального круга не параллельны оси заготовки, а из-за переменной податливости ТС по длине вала расположены под некоторым углом.

На рис. 1 по оси ординат отложены значения программной и фактической подач, а по оси абсцисс – длина шлифуемой поверхности. За время первого оборота заготовки при $n = 1$ режущая кромка круга подается на величину программной радиальной подачи за оборот $\Delta t_{\Pi, z}$, мм/об, на z -й ступени цикла при $z = 1$. Но из-за упругой деформации ТС в процессе шлифования режущая кромка круга сдвигается на графике вниз на величину упругой деформации $y_{c, n}$, мм. Поскольку податливость ТС по длине обрабатываемой поверхности имеет переменные значения, то ось заготовки относительно режущей кромки круга сдвигается неравномерно, в зависимости от величины податливости в поперечных сечениях вала.

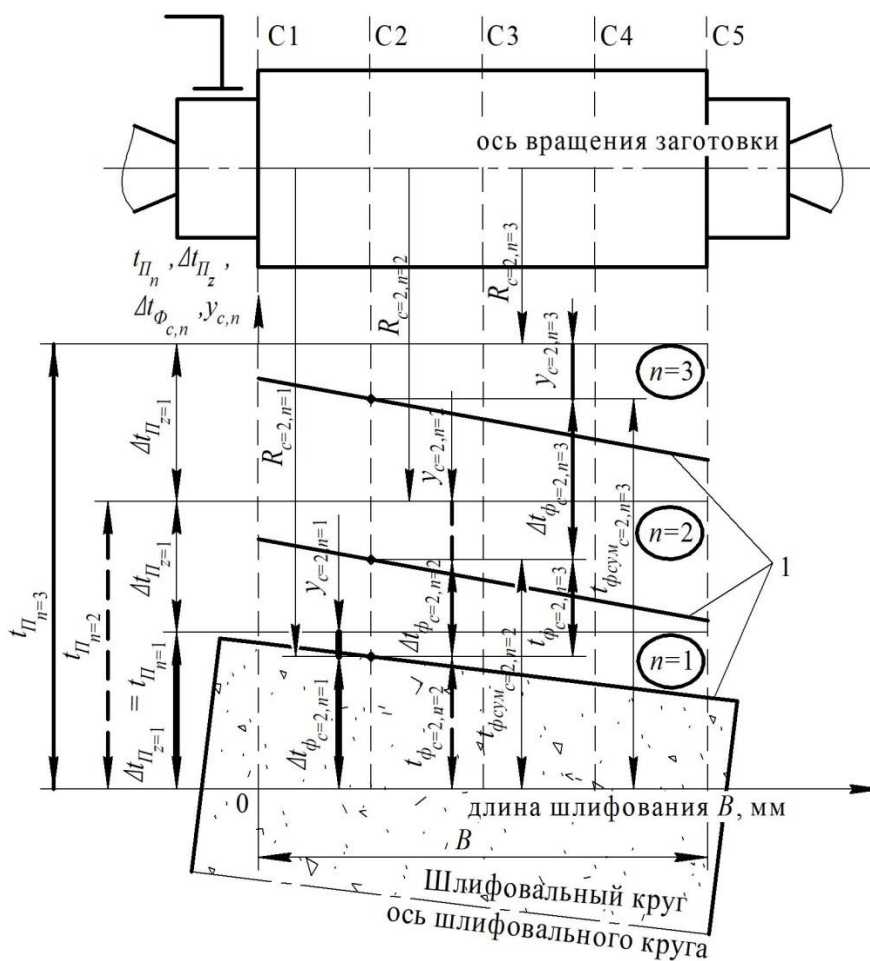


Рис. 1. Расчетная схема взаимосвязи программной и фактической подач с упругими деформациями и радиусами в разных сечениях обрабатываемой поверхности на первом, втором и третьем оборотах заготовки:

1 – траектория радиусов по длине обрабатываемой поверхности на n -м обороте заготовки

Fig. 1. Calculation model of the interrelation between program and actual feeds and elastic deformations and radii in different sections of the processed surface on the first, second and third revolutions of the workpiece:

1 is a trajectory of radii along the length of the processed surface on the n -th revolution of the workpiece

В сечении правого торца податливость больше, чем в сечении левого торца, и упругие деформации в сечении правого торца больше, чем в левом. Поэтому режущая кромка круга показана под углом как результат неодинаковых деформаций ТС. В результате глубина резания, то есть фактическая скорость подачи $\Delta t_{\phi_{c,n}}$, мм/об, будет меньше, чем программная Δt_{Π_z} . На графике на рис. 1 показаны величины $\Delta t_{\phi_{c=2,n=2}}$ и $y_{c=2,n=1}$ для сечения С2 и $n = 1$. Из графика видно, что сумма фактической подачи $\Delta t_{\phi_{c,n}}$ и упругой деформации $y_{c,n}$ равны программной подаче Δt_{Π_z} за оборот заготовки, то есть уравнение баланса подач и упругих деформаций за оборот заготовки можно записать в следующем виде:

$$\Delta t_{\Pi_z} = \Delta t_{\phi_{c,n}} + y_{c,n}, \quad (1)$$

$$y_{c,n} = \gamma_c P_{y_n}, \quad (2)$$

где Δt_{Π_z} – программная радиальная подача, мм/об; $\Delta t_{\phi_{c,n}}$ – фактическая радиальная подача, мм/об; $y_{c,n}$ – упругая деформация технологической системы, мм; P_{y_n} – радиальная составляющая силы резания на n -м обороте заготовки; γ_c – податливость ТС в заданном сечении вала.

Отметим, что переменные Δt_{Π_z} и $\Delta t_{\phi_{c,n}}$ являются скоростями подач за один оборот заготовки. Показанная на графике подача t_{Π_n} , мм – это программная подача (накопленная) за несколько n оборотов заготовки, рассчитывается по формуле

$$t_{\Pi_n} = \sum_{z=1}^Z \sum_{n=1}^N \Delta t_{\Pi_z}, \quad (3)$$

где z – порядковый номер ступени цикла; Z – максимальное количество ступеней в цикле; n – порядковый номер оборота заготовки на z -й ступени цикла; N – максимальное количество оборотов заготовки на z -й ступени цикла.

С учетом уравнения (3) уравнение баланса технологических перемещений для первого оборота заготовки при $n = 1$ запишем следующим образом (на **рис. 1** размерная цепочка (баланс) выделена утолщённой линией):

$$t_{\Pi_{n=1}} = \Delta t_{\Pi_{z=1}} = \Delta t_{\Phi_{c,n=1}} + y_{c,n=1}. \quad (4)$$

Из уравнения (4) выразим искомую глубину резания $\Delta t_{\Phi_{c,n=1}}$ в сечении C при $n = 1$:

$$\Delta t_{\Phi_{c,n=1}} = t_{\Pi_{n=1}} - y_{c,n=1}. \quad (5)$$

Текущее значение радиуса заготовки $R_{c,n=1}$ можно рассчитать как разницу между исходным радиусом заготовки $R_{\text{заг max}}$ и глубиной резания $\Delta t_{\Phi_{c,n}}$ (см. **рис. 1**), то есть

$$R_{c,n=1} = R_{\text{заг max}} - \Delta t_{\Phi_{c,n}}, \quad (6)$$

где $R_{c,n=1}$ – текущее значение радиуса заготовки.

Рассмотрим взаимосвязь глубины резания $\Delta t_{\Phi_{c,n=2}}$ в разных сечениях обрабатываемой поверхности вала с упругими деформациями $y_{c,n=2}$ на втором обороте заготовки при $n = 2$. Уравнение баланса технологических перемещений для второго оборота заготовки при $n = 2$ запишем следующим образом (на **рис. 1** размерная цепочка (баланс) выделена утолщённой прерывистой линией):

$$\begin{aligned} t_{\Pi_{n=2}} &= \Delta t_{\Pi_{z=1}} + \Delta t_{\Pi_{z=2}} = \\ &= \Delta t_{\Phi_{c,n=2}} + y_{c,n=2} + t_{\Phi_{c,n=2}}, \end{aligned} \quad (7)$$

где $t_{\Phi_{c=2,n}}$ – часть припуска (на радиус), снятого за предыдущие $(n-1)$ обороты заготовки, мм,

$$t_{\Phi_{c=2,n}} = \sum_{n=1}^N t_{\Phi_{c=2,n}}. \quad (8)$$

На первом обороте заготовки при $n = 1$ значение $t_{\Phi_{c,n=1}=0}$, так как предыдущего оборота при

$n = 0$ не было и глубина резания на предыдущем обороте равна нулю $\Delta t_{\Phi_{c,n=0}} = 0$. На втором обороте заготовки при $n = 2$, величина $t_{\Phi_{c,n=2}}$ равна глубине резания $\Delta t_{\Phi_{c,n=1}}$ на предыдущем обороте при $n = 1$, то есть $t_{\Phi_{c,n=2}} = \Delta t_{\Phi_{c,n=1}}$.

Из уравнения (7) выразим глубину резания $\Delta t_{\Phi_{c,n=2}}$ в сечении C при $n = 2$ (при $t_{\Phi_{c,n=2}} = \Delta t_{\Phi_{c,n=1}}$):

$$\Delta t_{\Phi_{c,n=2}} = t_{\Pi_{n=2}} - y_{c,n=2} - t_{\Phi_{c,n=2}}. \quad (9)$$

Текущее значение радиуса $R_{c,n=2}$ заготовки можно рассчитать как разницу между исходным радиусом заготовки $R_{\text{заг max}}$ и суммой глубин резания на первых двух оборотах заготовки $\Delta t_{\Phi_{c,n=1}}$ и $\Delta t_{\Phi_{c,n=2}}$ (см. **рис. 1**), то есть

$$\begin{aligned} R_{c,n=2} &= R_{\text{заг max}} - \Delta t_{\Phi_{c,n=1}} - \Delta t_{\Phi_{c,n=2}} = \\ &= R_{\text{заг max}} - t_{\Phi_{c,n=2}} - \Delta t_{\Phi_{c,n=2}}. \end{aligned} \quad (10)$$

Величина снятой части припуска $t_{\Phi_{c,\text{сум } c,n=2}}$, мм, за два оборота заготовки рассчитывается как сумма глубин резания $\Delta t_{\Phi_{c,n}}$ на всех оборотах заготовки по формуле

$$t_{\Phi_{c,\text{сум } c,n=2}} = \sum_{n=1}^{n=2} t_{\Phi_{c,n}} = \Delta t_{\Phi_{c,n=1}} - t_{\Phi_{c,n=2}}. \quad (11)$$

Соответственно, на первом обороте заготовки

$$t_{\Phi_{c,\text{сум } c,n=1}} = \Delta t_{\Phi_{c,n=1}}. \quad (12)$$

Текущее значение радиуса $R_{c,n}$ заготовки можно рассчитать как разницу между исходным радиусом заготовки $R_{\text{заг max}}$ и суммой глубин резания $t_{\Phi_{c,\text{сум } c,n}}$ (см. **рис. 1**), то есть

$$R_{c,n} = R_{\text{заг max}} - t_{\Phi_{c,\text{сум } c,n=2}}. \quad (13)$$

Аналогично получим уравнения взаимосвязи подач, упругих деформаций и радиусов заготовки в процессе круглого врезного шлифования за три оборота заготовки при $n = 3$. Накопленная программная подача равна трем программным подачам за оборот, то есть уравнение баланса подач и упругих деформаций можно записать в следующем виде (на **рис. 1** размерная цепочка (баланс) выделена сплошной линией):

$$t_{\Pi_{n=3}} = 3\Delta t_{\Pi_Z} = \Delta t_{\Phi_{c,n=3}} + y_{c,n=3} + t_{\Phi_{c,n=3}}, \quad (14)$$

$$t_{\Phi_{c,n=3}} = \Delta t_{\Phi_{c,n=1}} + \Delta t_{\Phi_{c,n=2}}. \quad (15)$$

Из уравнения (14) получим значение глубины резания:

$$t_{\Phi_{c,n=3}} = t_{\Pi_{n=3}} - y_{c,n=3} - t_{\Phi_{c,n=3}}. \quad (16)$$

Величина снятой части припуска $t_{\Phi_{c,сум_{c,n}}$ за три оборота заготовки рассчитывается как сумма предыдущих глубин резания $\Delta t_{\Phi_{c,n}}$ на всех оборотах заготовки по формуле

$$\begin{aligned} t_{\Phi_{c,сум_{c,n=3}}} &= \sum_1^{n=3} \Delta t_{\Phi_{c,n}} = \\ &= \Delta t_{\Phi_{c,n=1}} + \Delta t_{\Phi_{c,n=2}} + \Delta t_{\Phi_{c,n=3}}. \end{aligned} \quad (17)$$

Текущее значение радиуса $R_{c,n=3}$ заготовки можно рассчитать как разницу между исходным радиусом заготовки $R_{заг_{max}}$ и суммой глубин резания $t_{\Phi_{c,сум_{c,n=3}}}$ (см. **рис. 1**), то есть

$$R_{c,n} = R_{заг_{max}} - t_{\Phi_{c,сум_{c,n=3}}}. \quad (18)$$

Таким образом, формулу глубины резания при круглом врезном шлифовании вала с переменной податливостью в заданном сечении и обороте заготовки n можно записать в следующем виде:

$$\Delta t_{\Phi_{c,n}} = t_{\Pi_n} - y_{c,n} - t_{\Phi_{c,n}}, \quad (19)$$

в которой $t_{\Phi_{c,n=1}} = 0$ при $n = 1$.

Раскроем значение $y_{c,n}$ путем подстановки формулы (2), получим

$$\Delta t_{\Phi_{c,n}} = t_{\Pi_n} - \gamma_c P_{y_n} - t_{\Phi_{c,n}}. \quad (20)$$

Формула (20) представляет собой математическую модель расчета текущего значения глубины резания (фактической скорости подачи) $\Delta t_{\Phi_{c,n}}$ на каждом обороте n заготовки, при известном значении значение общей радиальной силы резания P_{y_n} и величин податливости γ_c в каждом сечении C вала.

Однако расчет по формуле (20) глубин резания $\Delta t_{\Phi_{c,n}}$ в разных сечениях вала невозможно,

так как неизвестно значение общей радиальной силы резания P_{y_n} , которая представляет собой сумму сил резания на всех участках вала по длине обрабатываемой поверхности.

Для установления взаимосвязи общей радиальной силы резания P_{y_n} с податливостью ТС разобьем обрабатываемую поверхность вала на элементарные участки длиной B_i . На **рис. 2** показана обрабатываемая поверхность вала, разбитая на четыре участка, расположенных между пятью сечениями С1-С5. Соответственно, обозначим номер каждого участка как $i = 1$, $i = 2$, $i = 3$ и $i = 4$.

При известных значениях податливости γ_c сечений вала можно определить податливость γ_i каждого элементарного участка вала как среднее арифметическое податливости сечений, между которыми расположен участок. Тогда упругую деформацию $y_{i,n}$ участка вала на n -м обороте заготовки в процессе шлифования можно записать как

$$y_{i,n} = \gamma_i P_{y_n}, \quad (21)$$

где γ_i – податливость i -го элементарного участка вала, мм.

Соответственно, глубину резания на каждом участке обозначим через $\Delta t_{\Phi_{i,n}}$, а величину снятой части припуска за предыдущие обороты заготовки обозначим через $t_{\Phi_{i,n}}$.

Тогда баланс технологических перемещений для каждого участка с учетом его ширины B_i (см. **рис. 2**) можно записать в следующем виде:

$$t_{\Pi_n} B_i = (\Delta t_{\Phi_{i,n}} + y_{i,n} + t_{\Phi_{i,n}}) B_i. \quad (22)$$

Учитывая, что участки вала не могут перемещаться независимо друг от друга, баланс совместных технологических перемещений запишем как равенство площадей перемещений по длине обрабатываемой поверхности:

$$t_{\Pi_n} B = B_i \sum_{l=1}^I (\Delta t_{\Phi_{l,n}} + \gamma_l P_{y_n} + t_{\Phi_{l,n}}), \quad (23)$$

где i – порядковый номер участка на обрабатываемой поверхности (I – максимальное количество участков на обрабатываемой поверхности вала).

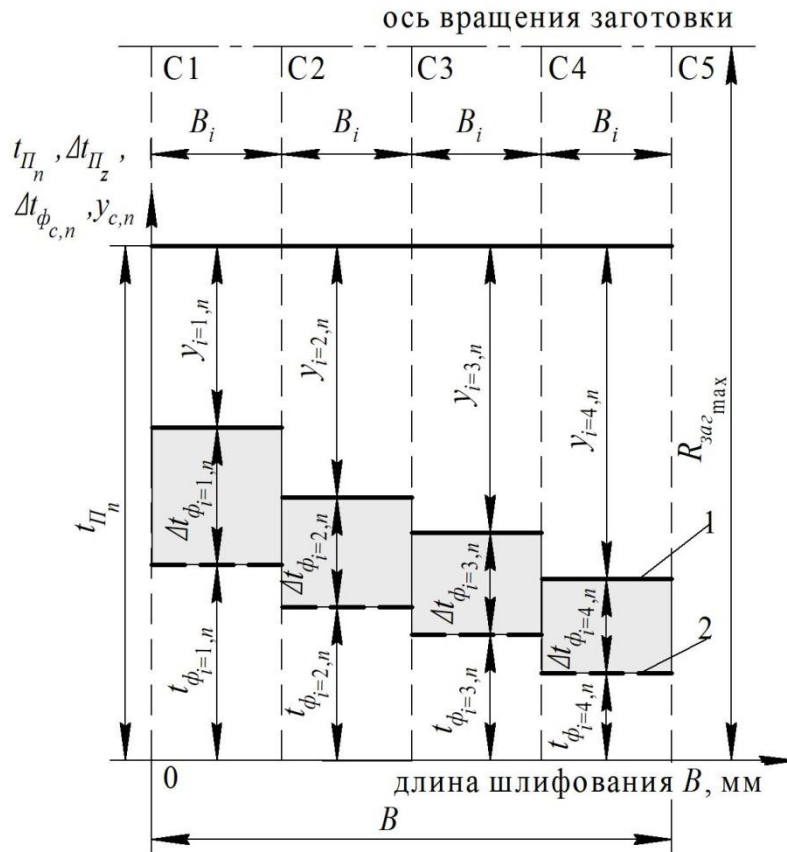


Рис. 2. Расчетная схема взаимосвязи программной и фактической подач с упругими деформациями и радиусами в разных сечениях обрабатываемой поверхности при переменной податливости ТС по длине обрабатываемой поверхности: 1 – траектория радиусов по длине \$B\$ обрабатываемой поверхности на последнем обороте заготовки; 2 – траектория радиусов по длине \$B\$ обрабатываемой поверхности на предыдущем обороте заготовки

Fig. 2. Calculation model of the interrelation between program and actual feeds and elastic deformations and radii in different sections of the processed surface at variable ease of the technological system along the length of the processed surface: 1 is a trajectory of radii along length \$B\$ of the processed surface on the last revolution of the workpiece; 2 is a trajectory of radii along length \$B\$ of the processed surface on the previous revolution of the workpiece

Количество участков вала можно рассчитать по формуле

$$I = \frac{B}{B_i} \quad (24)$$

После подстановки формулы (24) в уравнение (23) и проведения соответствующих преобразований получим

$$t_{\Pi_n} = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \Delta t_{\phi_{i,n}} + \gamma_i P_{y_n} + t_{\phi_{i,n}}, \quad (25)$$

$$t_{\Pi_n} = P_{y_n} \frac{\sum_{i=1}^I \gamma_i}{I} + \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \Delta t_{\phi_{i,n}} + \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I t_{\phi_{i,n}}, \quad (26)$$

Поделим на количество участков \$I\$ все слагаемые в уравнении (26), получим

$$t_{\Pi_n} = \gamma_m + \Delta t_{\phi_{m_n}} + t_{\phi_{m_n}}, \quad (27)$$

где \$\gamma_m\$ – средняя податливость ТС на длине шлифования \$B\$, мм; \$\Delta t_{\phi_{m_n}}\$ – средняя глубина резания на длине шлифования \$B\$, мм; \$t_{\phi_{m_n}}\$ – среднее значение снятой части припуска за предыдущие обороты заготовки на длине шлифования \$B\$.

Учитывая, что среднее значение упругой деформации \$\gamma_m\$ равно

$$\gamma_m = \gamma_m P_{y_n}, \quad (28)$$

уравнение (27) запишем в виде

$$t_{\Pi_n} = \gamma_m + \Delta t_{\phi_{m_n}} + t_{\phi_{m_n}}, \quad (29)$$

Таким образом, формулы (27)-(29) устанавливают баланс технологических перемещений при

общей силе резания P_{y_n} и средней податливости γ_m ТС, включая среднюю упругую деформацию y_{m_n} и среднюю глубину резания $\Delta t_{\phi m_n}$ на каждом обороте заготовки в цикле шлифования.

Для нахождения суммарной силы резания P_{y_n} в цикле шлифования воспользуемся полученной ранее и доказанной экспериментально формулой [13]:

$$P_{y_n} = K_3 \Delta t_{\phi m_n} + K_4 \sqrt{\Delta t_{\phi m_n}}, \quad (30)$$

$$K_3 = \pi d B n \frac{\sigma_i \varepsilon_i t g \beta}{V_k}, \quad (31)$$

$$K_4 = \eta B \frac{\sigma_i}{3} \sqrt{\frac{dD}{D+d}}, \quad (32)$$

где σ_i – интенсивность напряжений в движущемся объеме металла, характеризующая сопротивление металла пластической деформации при степени, скорости деформации и температуре, присущих процессу шлифования; ε_{ci} – интенсивность скорости деформации объема металла в зоне сдвига, 1/с; η – степень затупления шлифовального круга, равная относительной опорной поверхности круга по площадкам затупления зерен; d – диаметр обрабатываемой поверхности заготовки, мм; D – диаметр заготовки, мм; B – длина обрабатываемой поверхности заготовки, мм; n – частота вращения заготовки, мм/мин; $\Delta t_{\phi m_n}$ – скорость фактической подачи в заданном сечении вала на n -м обороте заготовки, мм/об; V_k – скорость вращения круга, м/с.

Фактическая накопленная подача за предыдущие обороты заготовки $t_{\phi m_n}$ тоже одинакова во всех сечениях вала и рассчитывается на n -м обороте заготовки по формуле (33) как сумма глубин резания за предыдущие обороты заготовки или как часть припуска (на радиус), снятого за предыдущие ($n-1$) обороты заготовки:

$$t_{\phi m_n} = \sum_{n=1}^N \Delta t_{\phi m_n}, \quad (33)$$

Решим уравнение (29) относительно $\Delta t_{\phi m_n}$ совместно с (30)-(33), получим:

$$\Delta t_{\phi m_n} = \left[\frac{-\gamma_m K_4}{2(1 + K_3 \gamma_m)} + \sqrt{\left[\frac{\gamma_m K_4}{2(1 + K_3 \gamma_m)} \right]^2 + \frac{t_{\Pi_n} - t_{\phi m_n}}{1 + K_3 \gamma_m}} \right]^2. \quad (34)$$

Формула (34) представляет собой математическую модель расчета скорости средней фактической подачи (глубины резания) $\Delta t_{\phi m_n}$ в течение всего автоматического цикла круглого врезного шлифования с ЧПУ на каждом n -м обороте заготовки при средней податливости ТС, в зависимости от основных технологических факторов.

Расчет текущих значений глубины резания $\Delta t_{\phi m_n}$ ведется в течение всего цикла шлифования в разных поперечных сечениях вала по длине обрабатываемой поверхности с различной податливостью и при разных углах поворота радиусов профиля заготовки, имеющей исходное радиальное биение. Текущие значения радиусов обрабатываемой поверхности рассчитываются путем уменьшения исходного радиуса заготовки на величину глубины резания. Погрешность обработки в конце цикла шлифования рассчитывается по разбросу значений радиусов обработанной поверхности в разных сечениях и углах поворота радиусов обрабатываемой поверхности. Таким образом, решена задача моделирования формообразования технологического размера и его погрешности в цифровом двойнике операции круглого врезного шлифования с ЧПУ. Подобный подход является типовым при разработке цифрового двойника для других видов шлифования.

Заключение

1. Прогнозирование точности на операциях круглого шлифования с ЧПУ является сложной и до сих пор нерешенной задачей. Сложность данной задачи обусловлена наличием множества взаимосвязей между параметрами процесса резания, вызывающего тепловые физические изменения, упругие деформации технологической системы и т.д. Важнейшим фактором, напрямую влияющим на точность обработки, является переменная податливость технологической системы по длине обрабатываемой поверхности. Из-за переменной податливости ТС под действием силы резания происходит неравномерный прогиб участков вала относительно шлифовального круга. Это обуславливает разную глубину резания, а

значит, разные значения радиусов и погрешность размеров, формы и расположения всей обработанной поверхности вала.

2. Для решения задачи прогнозирования точности обработки разработан «цифровой двойник» процесса шлифования, который симулирует процесс съема слоя металла переменной толщины одновременно по всей длине шлифуемой поверхности на каждом обороте заготовки с учетом переменной податливости ТС. Основу цифрового двойника составляет аналитическая модель расчета глубины резания, которая позволяет рассчитывать глубину резания в разных сечениях обрабатываемой поверхности при круглом врезном шлифовании вала с переменной податливостью по всей длине шлифования. Разработанная методика расчета текущих значений размеров шлифуемой поверхности за время съема припуска и ступенчатом изменении подачи позволяет прогнозировать погрешность обработки диаметральных размеров вала с переменной податливостью, отклонения формы и взаимного расположения поверхностей.

3. Прогнозирование точности обработки на основе модели расчета глубины в разных сечениях обрабатываемой поверхности в цифровом двойнике можно использовать для контроля вновь спроектированных управляющих программ для станков с ЧПУ [14] и в системе оптимизации режимов резания проектируемой операции [15].

Список литературы

1. Gong Y.D., Wang B., Wang W.S. The simulation of grinding wheels and ground surface roughness based on virtual reality technology // *Journal of Materials Processing Technology*. 2002. Vol. 129. Pp. 123–126.
2. Hecker R., Liang S.Y. Predictive modeling of surface roughness in grinding // *I. J. of Machine Tools and Manufacture*. 2003. Vol. 43(8). Pp. 755–761.
3. Zhou X., Xi F. Modeling and predicting surface roughness of the grinding process // *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. 2002. Vol. 42. Pp. 969–977.
4. Kumar S., Paul S. Numerical modelling of ground surface topography: effect of traverse and helical superabrasive grinding with touch dressing // *Production Engineering*. 2012. Vol. 6 (2). Pp. 199–204.
5. Широков А.В., Осипов А.П. К вопросу о прогнозировании и обеспечении параметров шероховатости шлифованной поверхности // *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*. 2007. №6. С. 76–88.

6. Воронов С.А., Вэйдун Ма, Воронова И.С. Стохастическая модель процесса абразивной обработки. Кинематика плоского шлифования // *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*. 2017. №11. С. 68–78.
7. Козлов А.М., Ефремов В.В. Формирование микро-рельефа при обработке абразивным инструментом // *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*. 2004. №1. С. 59–64.
8. Новоселов Ю.К., Богущкий В.Б., Дзюбаба Р.Н. Прогнозирование параметров шероховатости поверхности при абразивной обработке // *Известия Тульского государственного университета. Технические науки*. 2017. №8. С. 262–269.
9. Voronov S.A., Veidun M. Mathematical Modeling of the Cylindrical Grinding Process // *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. 2017. Vol. 46(44). Pp. 394–403.
10. SolerYa.I., Nguyen Van Le Modeling and predicting flatness deviations under plane grinding of parts made of 30HGSА hardened steel // *Вестник Иркутского государственного технического университета*. 2016. № 4 (111). Pp. 54–65.
11. Колтунов И.И., Лобанов А.С. Зависимость точности шлифования от параметров наладки // *Известия Московского государственного технического университета МАМИ*. 2012. №1(13). С. 223–226.
12. Osipov A.A., Osipov A.P. Theoretical research of work-piece surface forming in grinding // *Materials Today: Proceeding*. 2020. Vol. 38. Pp. 1–3.
13. Акинцева А.В. Основные этапы моделирования послойного съема металла с применением цифрового двойника операции круглого шлифования с ЧПУ // *Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Машиностроение*. 2020. №3. С. 48–58.
14. Переверзев П.П. Модель формирования погрешностей внутришлифовальной обработки // *СТИН*. 2016. № 6. С. 25–30.
15. Akintseva A.V., Pereverzev P.P. Complex optimization of parameters for controlling the cycle of internal grinding by the method of dynamic programming // *J. MATEC Web of Conferences*. 2017. Vol. 129. No. 01019.

References

1. Gong Y.D., Wang B., Wang W.S. The simulation of grinding wheels and ground surface roughness based on virtual reality technology. *Journal of Materials Processing Technology*, 2002, vol. 129, pp. 123–126.
2. Hecker R., Liang S.Y. Predictive modeling of surface roughness in grinding. *I. J. of Machine Tools and Manufacture*, 2003, vol. 43(8), pp. 755–761.
3. Zhou X., Xi F. Modeling and predicting surface roughness of the grinding process. *International Journal of*

- Machine Tools & Manufacture, 2002, vol. 42, pp. 969–977.
4. Kumar S., Paul S. Numerical modelling of ground surface topography: effect of traverse and helical superabrasive grinding with touch dressing. *Production Engineering*, 2012, vol. 6 (2), pp. 199–204.
 5. Shirokov A.V., Osipov A.P. On the issue of predicting and ensuring the roughness parameters of the ground surface. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy, Mashinostroenie* [Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building], 2007, no. 6, pp. 76–88. (In Russ.)
 6. Voronov S.A., Weidong Ma, Voronova I.S. A stochastic model of abrasive processing. Kinematics of flat grinding. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy, Mashinostroenie* [Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building], 2017, no. 11, pp. 68–78. (In Russ.)
 7. Kozlov A.M., Efremov V.V. Formation of microrelief during processing by an abrasive tool. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy, Mashinostroenie* [Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building], 2004, no. 1, pp. 59–64. (In Russ.)
 8. Novoselov Yu.K., Bogutsky V.B., Dzyubaba R.N. Prediction of surface roughness parameters during abrasive processing. *Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskie nauki* [Proceedings of Tula State University. Engineering Sciences], 2017, no. 8, pp. 262–269. (In Russ.)
 9. Voronov S.A., Veidun M. Mathematical modeling of the cylindrical grinding process. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2017, vol. 46(44), pp. 394–403.
 10. Soler Ya.I., Nguyen Van Le. Modeling and predicting flatness deviations under plane grinding of parts made of 30KhGSA hardened steel. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Proceedings of Irkutsk State Technical University], 2016, no. 4 (111), pp. 54–65. (In Russ.)
 11. Koltunov I.I., Lobanov A.S. Dependence between grinding accuracy and adjustment parameters. *Izvestiya Moskovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta MAMI* [Proceedings of Moscow State Technical University MAMI], 2012, no. 1(13), pp. 223–226. (In Russ.)
 12. Osipov A.A., Osipov A.P. Theoretical research of workpiece surface forming in grinding. *Materials Today: Proceedings*, 2020, vol. 38, pp. 1–3.
 13. Akintseva A.V. Main stages of modeling a layer-by-layer metal removal, using a digital twin of the circular CNC grinding operation. *Vestnik Yuzhno-Uralskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Mashinostroenie* [Bulletin of SUSU. Series: Mechanical Engineering Industry], 2020, no. 3, pp. 48–58. (In Russ.)
 14. Pereverzev P.P. A model of generating errors of internal grinding processing. *STIN* [Machines and Tools], 2016, no. 6, pp. 25–30. (In Russ.)
 15. Akintseva A.V., Pereverzev P.P. Complex optimization of parameters for controlling the cycle of internal grinding by the method of dynamic programming. *J. MATEC Web of Conferences*, 2017, vol. 129, no. 01019.

Поступила 08.02.2022; принята к публикации 22.02.2022; опубликована 25.03.2022
Submitted 08/02/2022; revised 22/02/2022; published 25/03/2022

Акинцева Александра Викторовна – кандидат технических наук, доцент кафедры техники, технологии и строительства, Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия.
Email: akintsevaav@susu.ru. ORCID 0000-0003-0588-1401

Переверзев Павел Петрович – доктор технических наук, доцент, профессор кафедры технологии автоматизированного машиностроения, Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия.
Email: pereverzevpp@susu.ru. ORCID 0000-0002-1416-8918

Aleksandra V. Akintseva – PhD (Eng.), Associate Professor of the Department of Engineering, Technology and Construction, South Ural State University, Chelyabinsk, Russia.
Email: akintsevaav@susu.ru. ORCID 0000-0003-0588-1401

Pavel P. Pereverzev – DrSc (Eng.), Associate Professor of the Department of Automated Mechanical Engineering Technology, South Ural State University, Chelyabinsk, Russia. Email: pereverzevpp@susu.ru. ORCID 0000-0002-1416-8918