

МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕТАЛЛУРГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

MODELLING OF METALLURGICAL PROCESSES

ISSN 1995-2732 (Print), 2412-9003 (Online)
УДК 621.793 : 519.21
DOI: 10.18503/1995-2732-2025-23-1-149-157



ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ ПОЛУЧЕНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ СВОЙСТВ ПОРОШКОВЫХ ПОКРЫТИЙ

Полякова М.А.¹, Извеков Ю.А.¹, Самодурова М.Н.², Трофимова С.Н.², Шеметова В.В.¹,
Ярушина Д.В.²

¹Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова, Магнитогорск, Россия

²Южно-Уральский государственный университет (национальный университет), Челябинск, Россия

Аннотация. Постановка задачи (актуальность работы). Для обеспечения необходимых свойств поверхности изделий широко применяются различные методы нанесения покрытий. Покрытие и изделие, на которое оно наносится, представляют собой систему, свойства которой зависят от многих факторов, к которым относятся материал покрытия и изделия, метод и режимы нанесения покрытия, также следует учитывать одновременное присутствие управляющих, неконтролируемых и возмущающих параметров процесса нанесения покрытия. С этой точки зрения актуальной задачей является разработка математического аппарата, позволяющего определять вероятность получения функциональных свойств покрытий с учетом внешних условий эксплуатации изделия. **Целью работы** является разработка теоретического подхода, позволяющего прогнозировать вероятность получения функциональных свойств покрытий с учетом наличия различных влияющих факторов. **Используемые методы.** Системный анализ, функциональный анализ, теория вероятностей, цепи Маркова, матричное исчисление, метод Монте-Карло. **Новизна.** С использованием теории вероятностей разработан математический аппарат, позволяющий вычислять вероятность получения функциональных свойств порошковых покрытий, наносимых газотермическими методами. **Результат.** С использованием последовательного преобразования матриц получено стационарное распределение вероятности нахождения системы «изделие с покрытием» в различных состояниях, которое не зависит от начального состояния системы. С использованием метода Монте-Карло определен предельный стационарный режим процесса. Установлена высокая сходимость результатов расчета вероятности получения функциональных свойств покрытий. Это свидетельствует о корректности разработанного математического аппарата. **Практическая значимость.** Полученные результаты теоретических исследований могут быть адаптированы для определения вероятности получения свойств покрытий различного состава, которые получены различными методами нанесения.

Ключевые слова: порошковое покрытие, функциональное свойство, газотермический метод, вероятность прогнозирования, цепи Маркова, матричное исчисление, метод Монте-Карло

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-19-20054, <https://rscf.ru/project/23-19-20054/> и при поддержке Правительства Челябинской области.

© Полякова М.А., Извеков Ю.А., Самодурова М.Н., Трофимова С.Н., Шеметова В.В., Ярушина Д.В., 2025

Для цитирования

Прогнозирование вероятности получения функциональных свойств порошковых покрытий / Полякова М.А., Извеков Ю.А., Самодурова М.Н., Трофимова С.Н., Шеметова В.В., Ярушина Д.В. // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова. 2025. Т. 23. №1. С. 149-157. <https://doi.org/10.18503/1995-2732-2025-23-1-149-157>



Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.
The content is available under Creative Commons Attribution 4.0 License.

PREDICTING THE PROBABILITY OF OBTAINING THE FUNCTIONAL PROPERTIES OF POWDER COATINGS

Polyakova M.A.¹, Izvekov Yu.A.¹, Samodurova M.N.², Trofimova S.N.², Shemetova V.V.¹, Yarushina D.V.²

¹ Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk, Russia

² South Ural State University (National Research University), Chelyabinsk, Russia

Abstract. Problem Statement (Relevance). To ensure the required surface properties of products, various coating methods are widely used. The coating and the product to which it is deposited are a system which properties depend on many factors, including material of the coating and the product, the method and modes of deposition, and the simultaneous presence of controlling, uncontrolled and disturbing parameters of the coating process. From this point of view, an urgent task is to develop a mathematical apparatus that makes it possible to determine the probability of obtaining the functional properties of coatings, taking into account the external operating conditions of the product. **Objectives.** The aim is to develop a theoretical approach that makes it possible to predict the probability of obtaining the functional properties of coatings, taking into account the presence of various influencing factors. **Methods Applied.** System analysis, functional analysis, theory of probability, Markov chains, matrix analysis, and the Monte Carlo method were used in the study. **Originality.** Using theory of probability, a mathematical apparatus has been developed that makes it possible to calculate the probability of obtaining the functional properties of coatings from powdered materials deposited by gas thermal spraying. **Result.** Using a sequential transformation of matrices, a stationary probability distribution of finding the “coated product” system in various states was obtained, which does not depend on the initial state of the system. Using the Monte Carlo method, the limiting stationary mode of the process was determined. A high convergence of the results of calculating the probability of obtaining the functional properties of coatings has been established. This indicates the correctness of the developed mathematical apparatus. **Practical Relevance.** The obtained results of theoretical studies can be adapted to determine the probability of obtaining the properties of coatings of various compositions, which are obtained by different methods of deposition.

Keywords: powdered coating, functional property, gas-thermal method, forecasting probability, Markov chain, matrix calculus, Monte Carlo method

The work was supported by the Russian Science Foundation and the Government of the Chelyabinsk Region, Project No. 23-19-20054, <https://rscf.ru/en/project/23-19-20054/>.

For citation

Polyakova M.A., Izvekov Yu.A., Samodurova M.N., Trofimova S.N., Shemetova V.V., Yarushina D.V. Predicting the Probability of Obtaining the Functional Properties of Powder Coatings. *Vestnik Magnitogorskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta im. G.I. Nosova* [Vestnik of Nosov Magnitogorsk State Technical University]. 2025, vol. 23, no. 1, pp. 149-157. <https://doi.org/10.18503/1995-2732-2025-23-1-149-157>

Введение

Целью любого процесса нанесения покрытия является получение определенного уровня функциональных свойств, что необходимо для обеспечения работоспособности изделия с покрытием в определенных условиях эксплуатации. Поэтому при разработке математических моделей, которые формализуют как процессы нанесения покрытий, так и процессы формирования их функциональных свойств, следует использовать аппараты. Наличие различных факторов, которые в той или иной степени оказывают влияние на свойства получаемого покрытия, является основанием для использования аналитических и численных задач оптимизации. При этом следует учитывать, что параметры состояния покрытия носят в определенной степени случайный характер вследствие наличия нерегулируемых параметров или воз-

мущающих факторов, всегда присутствующих в процессах нанесения покрытий. Поэтому для прогнозирования получения свойств покрытий необходимо учитывать вероятность происхождения того или иного события. Специфика существующих методов решения задач оптимизации с нечеткими переменными, состоящая в построении нечетких множеств цели и допустимых выборов и их пересечения, кроме чрезвычайно высокой математической сложности, не устраняет неопределенности в выборе решения, даже если в силу физических особенностей модели решение должно быть только однозначным [1-3].

Задачи оптимизации относятся к достаточно сложным теоретическим задачам, для решения которых необходимо разрабатывать специальные методы, которые условно делят на прямые и непрямые [4-6]. Применение прямых методов решения задач стохастической оптимизации позволяет получить непо-

средственный результат как решение системы дифференциальных уравнений, описывающих соответствующие процессы [7-9]. В случае использования непрямых методов используют аппарат теории вероятностей и математической статистики [10, 11].

Поскольку целью данного теоретического исследования является определение вероятности получения функциональных свойств покрытий, то данную задачу можно решать с использованием прямых методов решения стохастических задач. Данный подход особенно эффективен при определении вероятности получения функциональных свойств покрытий, получаемых газотермическими методами с использованием в качестве исходных материалов порошковых композиций сложного состава. Как известно, к методам газотермического напыления относятся газопламенное напыление, плазменное напыление, детонационное напыление, холодное газодинамическое напыление и другие методы, основанные на использовании теплоты сгорания газов и их кинетической энергии для разогрева, ускорения и переноса порошкового материала на подложку. При этом покрытие наращивается непрерывно, как результат падения отдельных частиц, что обуславливает характерное для таких покрытий слоистое строение. Одной из тенденций получения покрытий такими методами является использование в качестве исходных материалов смеси порошков, которые в покрытии образуют высокоэнтропийные соединения [12-14]. Данный подход представляет значительный интерес как со стороны исследователей [15-17], так и с точки зрения обеспечения уникальных функциональных свойств, характерных для данного вида материалов [18-20]. Однако наличие большого количества управляющих факторов наряду с нерегулируемыми параметрами, которые в конечном итоге будут определять функциональные свойства покрытия, требуют разработки математических моделей, позволяющих рассчитывать вероятность получения функциональных свойств порошковых покрытий из высокоэнтропийных соединений при газотермических методах их нанесения.

Методы решения

Процесс нанесения покрытия в общем виде можно представить как переход системы из одного состояния в другое, причем каждый акт такого перехода происходит в конкретный промежуток времени. Конечным результатом таких переходов является изделие с покрытием, обладающее необходимыми функциональными свойствами. В общем виде переход системы из исходного состояния в конечное можно представить в виде вектора. При прогнозировании искомого вектора состояния, в котором будут находиться необходимые полученные функциональные свойства в результате рассматриваемых процессов

нанесения покрытий, будем рассматривать задачу как стохастическую и воспользуемся уравнением

$$\frac{\partial \omega_i}{\partial t} = \sum_j (P_{ij} \omega_j - P_j \omega_i), \quad (1)$$

где ω_i – вероятность нахождения системы в состоянии, характеризуемом набором характеристик i (квантовых чисел); P_{ij} – вероятность перехода в единицу времени из состояния j в состояние i , $P_{ij} \geq 0$.

Вероятности ω_i представляют собой диагональные элементы статистического оператора в собственном представлении.

Уравнение (1) легко выводится на основе других уравнений, например с помощью уравнения М.В. Смолуховского [21]. Оно сохраняет нормировку распределения вероятностей и является уравнением релаксационного типа: описываемая этим уравнением система получения свойств материалов с течением времени необратимо релаксирует к некоторому не зависящему от времени стационарному состоянию. Выбор того или иного модельного представления для вероятностей переходов P_{ij} позволяет использовать это уравнение для описания стохастического процесса получения новых свойств материалов.

Перепишем уравнение (1) для удобства математического исследования в матричном виде для вектора состояния W с компонентами ω_i :

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \Lambda W, \quad (2)$$

где Λ – матрица перехода с элементами,

$$\Lambda_{ij} = P_{ij} - \delta_{ij} \sum_k P_k. \quad (3)$$

Так как вероятности переходов P_{ij} вещественны, то матрица Λ будет эрмитовой, то есть ее собственные значения вещественны, а собственные векторы – ортогональны. Формальное решение уравнения (2) запишем в виде

$$W(t) = e^{t\Lambda} W(0), \quad (4)$$

где $W(0)$ – вектор состояния в начальный момент времени.

Проверим полученные уравнения на модельном примере (рис. 1).

Из полученных данных видно, что распределение вероятностей необратимо релаксирует к некоторому не зависящему от времени состоянию. Однако такой подход значительно упрощает поставленную задачу и может привести к неадекватному результату.

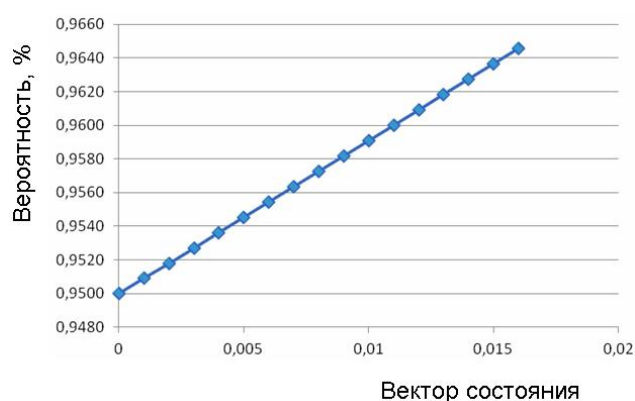


Рис. 1. Оценка вероятности получения функциональных свойств покрытий (проверочный расчет)

Fig. 1. Assessment of the probability of obtaining the functional properties of coatings (verification calculation)

Если рассматривать искомые функциональные свойства как последовательность случайных векторов, то можно сформулировать предельные теоремы, подобные тем, которые приводятся для последовательностей случайных величин. Продемонстрируем это на примере законов больших чисел. В формулировке этих законов обычно используют сходимость по вероятности. В рассматриваемом случае нанесения покрытий можем использовать случайные векторы как элементы гильбертова пространства, которое в теории вероятностей называется среднеквадратической (или сильной) сходимостью. Гильбертово пространство – это линейное бесконечномерное пространство, в котором задано скалярное произведение и выполнено условие полноты относительно нормы, порождаемой этим скалярным произведением [22–24]. В рассматриваемом случае имеем действительное гильбертово пространство, а так как для решения задачи используем методы линейной алгебры, то и операторы будут линейными. В упрощенном виде можно сказать, что линейным оператором является матрица. Ее элементы могут быть разнообразными – от чисел до функций. В дальнейшем будем использовать эту сходимость в среднем, что влечет за собой сходимость по вероятности.

Полученные результаты и их обсуждение

Пусть имеется некоторая физическая система S (металлическое изделие, на которое наносится покрытие, с сохранением своего химического состава слоя в процессе нанесения покрытия), которая с течением времени меняет своё состояние (переходит из одного состояния в другое) заранее неизвестным, случайным образом. Тогда будем говорить, что в системе S протекает случайный процесс. К такой системе будем относить материал с нанесенным покрытием, а нанесение покрытий и получение заданных функциональных свойств покрытия будем считать

собственно случайным процессом. Разделим процесс нанесения покрытия на отдельные акты, которые происходят в конкретный момент времени, когда получаем конкретную величину толщины покрытия. Будем считать процесс нанесения покрытий случайным процессом с дискретными состояниями и дискретным временем в определенном замкнутом пространстве. Иными словами, в каждый отдельный акт процесса нанесения покрытия (дискретное время) происходит формирование единичного пятна покрытия. То есть в определенный момент времени происходит определенное изменение состояния системы, на изделие наносится определенное количество материала покрытия, и происходит формирование определенной толщины покрытия. На основании этого в дальнейшем для решения задачи исследования используем математический аппарат случайных функций [25].

Введя m фиксированных моментов времени (искусственная дискретизация времени), за который происходит один акт формирования покрытия из порошкового материала, получим систему случайных величин $X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_m)$. Тогда случайную функцию можно представить как бесконечномерную систему случайных величин. Поскольку в технологических процессах нанесения покрытий газотермическими методами материал покрытия находится в основном в порошкообразном состоянии, то будем считать, что процесс происходит в ограниченной по величине зоне контакта наносимого материала (иными словами, отдельной порошковой частицы) с основой. Формирование покрытия заданной толщины происходит путем постепенного наращивания слоя от основания изделия нормально внешней поверхности покрытия. Такая физическая система может находиться в состояниях S_1, S_2, \dots, S_n , причем изменения состояний происходят скачками только в определенные моменты времени t_1, \dots, t_m . Тогда вероятность нахождения системы в состоянии S_j определится следующим образом:

$$P_{ij}^{(m)} = P(S(t_m) = S_j | S(t_{m-1}) = S_i). \quad (5)$$

Процесс будет марковским, если эта вероятность на каждом шаге зависит только от состояния, в которое система попала на предыдущем шаге, и не зависит от предыдущих шагов, то есть условная вероятность не должна зависеть от m [26]. Для вычисления вероятностей переходов за m шагов служит равенство Маркова:

$$P_{ij}^{(m)} = \sum_{l=1}^k P_{il}^{(r)} P_{lj}^{(m-r)}, \quad (6)$$

где k – общее число состояний, которое вытекает из формулы полной вероятности, где в качестве гипотез фигурируют всевозможные промежуточные состояния.

Таким образом, для того чтобы найти матрицу перехода за m шагов, следует матрицу перехода за 1 шаг возвести в степень m .

Будем рассматривать систему S со следующими состояниями:

S_1 – начальное состояние системы и начала процесса;

S_2 – состояние системы и процесса (до получения требуемого уровня функциональных свойств покрытия);

S_3 – состояние системы и процесса (искомые функциональные свойства покрытия);

S_4 – состояние системы и процесса (функциональные свойства покрытия выше требуемого уровня).

На рис. 2 представлен граф состояний системы. В результате решения будет справедливым достижение системой состояния S_3 , то есть получение покрытия с требуемыми функциональными свойствами.

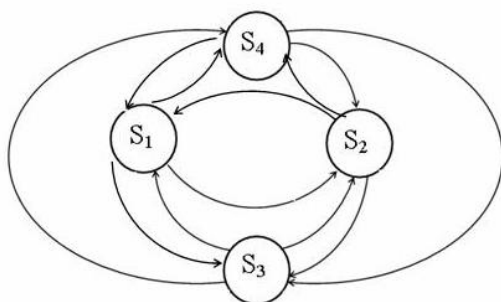


Рис. 2. Граф возможных состояний системы «изделие с покрытием»

Fig. 2. Graph of possible states of the “coated product” system

Используем расчет вероятности получения искомого функциональных свойств покрытия (состояние S_3). Исходя из анализа графа состояний, литературных источников, риск-ориентированного подхода, составим матрицу перехода, для этого зададим начальное распределение вероятностей и рассчитаем состояние после первого, второго, третьего и четвертого шагов. Будем использовать табличный процессор MS-Excel. Результаты расчетов представлены в матричном виде:

1	Матрица перехода			
S_1	0	0	1	0
S_2	0,1	0,7	0,2	0
S_3	0	0,05	0,9	0,05
S_4	0,2	0	0,2	0,6

2	Матрица перехода за 2 шага			
S_1	0	0,05	0,9	0,05
S_2	0,07	0,5	0,42	0,01
S_3	0,015	0,08	0,83	0,075
S_4	0,12	0,01	0,5	0,37

3	Матрица перехода за 3 шага			
S_1	0,015	0,08	0,83	0,075
S_2	0,052	0,371	0,55	0,027
S_3	0,023	0,0975	0,793	0,0865
S_4	0,075	0,032	0,646	0,247

4	Матрица перехода за 4 шага			
S_1	0,0230	0,0975	0,7930	0,0865
S_2	0,0425	0,2872	0,6266	0,0437
S_3	0,0271	0,1079	0,7735	0,0916
S_4	0,0526	0,0547	0,7122	0,1805

Результаты расчета распределения вероятностей в начальном и последующих состояниях системы «изделие с покрытием» (см. рис. 2) представлены в табличной форме:

Начальное распределение			
1	0	0	0

После 1-го шага			
0	0	1	0

После 2-го шага			
0	0,05	0,9	0,05

После 3-го шага			
0,015	0,08	0,83	0,075

После 4-го шага			
0,023	0,0975	0,793	0,0865

Очевидно, что распределение вероятностей совпадает с первой строкой матриц. Так, в начальном состоянии система находилась в состоянии S_1 .

Переходим к отысканию стационарного распределения вероятности нахождения системы «изделие с покрытием» в различных состояниях (см. рис. 2), используя последовательное преобразование матриц:

Матрица перехода -1			
-1	0	1	0
0,1	-0,3	0,2	0
0	0,05	-0,1	0,05
0,2	0	0,2	-0,4

Матрица A			
-1	0	1	1
0,1	-0,3	0,2	1
0	0,05	-0,1	1
0,2	0	0,2	1

Матрица A обратная			
-0,5625	-0,2500	-1,5000	2,3125
0,1875	-3,2500	0,5000	2,5625
0,4063	-0,3750	-2,2500	2,2188
0,0313	0,1250	0,7500	0,0938

Стационарное распределение			
0,0313	0,125	0,75	0,0938

Полученное стационарное распределение не зависит от начального состояния системы, то есть в системе имеет место эргодический процесс. Случайный процесс будем называть эргодическим, если любая его статистическая характеристика равна соответ-

ствующей характеристике, полученной усреднением по времени одной-единственной реализации [24]. Все состояния рассматриваемой системы «изделие-покрытие» являются существенными и сообщающимися. Таким образом, в установившемся режиме вероятность получения искомым функциональных свойств покрытий будет составлять 0,75.

Для определения предельного стационарного режима мы должны получить достаточно длинную реализацию случайного процесса. Для этого будем использовать метод Монте-Карло [27]. В этом случае начальное состояние можно задать любым. Метод реализуется в соответствии со следующим правилом: событие, имеющее вероятность p , наступает в том случае, если случайное число γ оказывается меньше, чем p . Поэтому если предыдущим состоянием является S_1 , то в случае $\gamma < P_{11}$ система останется в этом состоянии; в противном случае произойдет переход в состояние S_2 и т.д. Если же предыдущим состоянием является S_2 , то в случае $\gamma < P_{21}$ произойдет переход в состояние S_1 и т.д.; в противном случае система останется в том же состоянии.

Моделирование осуществим с использованием MS-Excel. Рассмотрим реализацию случайного процесса на примере 500 моментов времени. Стационарное предельное распределение вероятностей состояний может быть оценено таким образом:

$$P_1 = \frac{T_1}{T}; P_2 = \frac{T_2}{T}; P_3 = \frac{T_3}{T}; P_4 = \frac{T_4}{T}. \quad (7)$$

Предельное стационарное распределение			
0,029	0,149	0,741	0,081

Вероятность нахождения системы «изделие с покрытием» в разных состояниях представлено на **рис. 3**.

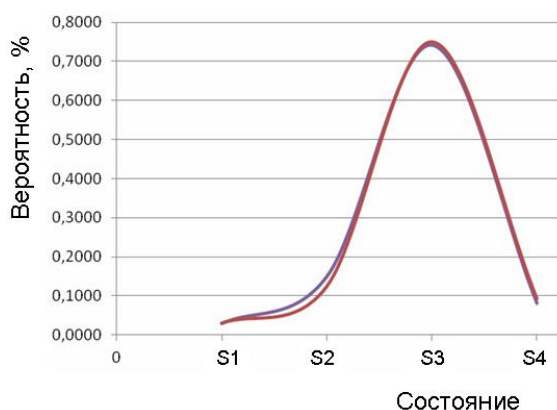


Рис. 3. Предельное стационарное (синий цвет) и стационарное распределение (красный цвет) вероятности нахождения системы «изделие с покрытием» в разных состояниях (см. **рис. 2**)

Fig. 3. The limiting stationary (blue) and stationary distribution (red) of the probability of finding the “coated product” system in different states (see Fig. 2)

Из полученных результатов видно, что полученные предельные оценки сходятся по вероятности к стационарному распределению. Таким образом, вероятность прогноза случайного вектора состояния функциональных свойств покрытия равна 0,741.

Заключение

Целью нанесения любого функционального покрытия является обеспечение надежной и безотказной работы изделия в определенных условиях эксплуатации. При этом следует учитывать, что изделие с покрытием следует рассматривать как единую иерархическую систему, состоящую из самого изделия, на которое наносится покрытие, и покрытие как таковое. Поскольку любой технологический процесс характеризуется наличием различных факторов, которые в конечном итоге определяют и влияют на формирование покрытия и его функциональные свойства, то прогнозирование вероятности получения требуемых свойств покрытия является важной теоретической задачей. Разработанный теоретический подход, основанный на использовании теории марковских процессов, позволяет с высокой долей достоверности оценить вероятность обеспечения функциональных свойств покрытий, что показано на примере получения покрытий из высокоэнтропийных соединений газотермическими методами.

Список источников

1. Гун Г.С., Чукин М.В. Оптимизация процессов технологического и эксплуатационного деформирования изделий с покрытиями. Магнитогорск: МГТУ им. Г. И. Носова, 2006. 323 с.
2. Извеков Ю.А. Научные основы методологии оценки и повышения качества технических систем металлургического предприятия // Сборник трудов V Международной научно-технической конференции «Живучесть и конструкционное материаловедение (ЖИВКОМ-2020)» в дистанционном формате. Москва: ИМАШ РАН им. А.А. Благонравова, 2020. С. 118-119.
3. Izvekov Yu.A. Quantitative Evaluation Algorithm Technical System Reliability // Proceedings of the VI International Scientific Conference Fundamental Research and Innovative Technologies in Mechanical Engineering. Moscow: IMASH RAN, 2019, pp. 195-196.
4. Руссман И.Б. Моделирование и алгоритмизация слабоформализованных задач выбора наилучших вариантов системы. Воронеж: ВГУ, 1991. 168 с.
5. Гамбаров Г.М. Статистическое моделирование и прогнозирование. М.: Финансы и статистика, 1990. 383 с.
6. Брандт. Статистические методы анализа наблюдений. М.: Мир, 1975. 312 с.
7. Аоки М. Оптимизация стохастических систем. М.: Наука, 1971. 424 с.
8. Ермольев Ю.М. Методы стохастического программирования. М.: Наука, 1976. 256 с.

9. Основы применения стохастических дифференциальных уравнений для оценки качества конструкций / Извеков Ю.А., Полякова М.А., Светус К.О., Ильин И.Е. // Современные проблемы и перспективы развития науки, техники и образования: материалы IV Национальной научно-практической конференции. Магнитогорск, 2023. С. 172-174.
10. Тэрано Т., Асаи К., Сугено. М. Прикладные нечеткие системы. М.: Мир, 1993. 368 с.
11. Мелихов А.Н., Бернштейн Л.С., Коровин С.Я. Ситуационные советующие системы с нечеткой логикой. М.: Наука, 1990. 272 с.
12. Novel high entropy intermetallic compounds: Synthesis and detonation spraying / Ostovari Moghaddam A., Abdollahzadeh A., Samodurova M., Shaburova N., Mikhailov D., Fereidonnejad R., Zhivulin V., Trofimov E. // *Intermetallics*. 2022, vol. 146, paper № 107591. DOI: 10.1016/j.intermet.2022.107591.
13. Microstructure and Wear Behavior of Al_{0.25}CoCrFeNiSi_{0.6} High-Entropy Alloy Coating Deposited on Stainless Steel by Detonation Spraying / Samoilova O., Shaburova N., Samodurova M., Pashkeev K., Ostovari Moghaddam A., Trofimov E. // *Journal of Thermal Spray Technology*. 2023. DOI: 10.1007/s11666-023-01562-w.
14. High entropy intermetallic coatings fabricated by detonation spraying / Ostovari Moghaddam A., Samodurova M., Mikhailov D., Trofimov E. // *Materials Letters*. 2022, vol. 311, paper № 131560. DOI: 10.1016/j.matlet.2021.131560.
15. Microstructural development in equiatomic multicomponent alloys / Cantor B., Chang I.T.H., Knight P., Vincent A.J.B. // *Materials Science and Engineering A – Structural Materials Properties, Microstructure and Processing*. July 2004, vol. 375-377, pp. 213-218. DOI: 10.1016/j.msea.2003.10.257.
16. Nanostructured High-Entropy Alloys with Multiple Principal Elements: Novel Alloy Design Concepts and Outcomes / Yeh J.-W., Chen S.-K., Lin S.-J., Shun T.-T., Tsau C.-H., Chang S.-Y. // *Advanced Engineering Materials*. 2004, vol. 6(5), pp. 299-303. DOI: 10.1002/adem.200300567/
17. High-Entropy energy materials in the age of Big Data: a critical guide to next-generation synthesis and applications / Wang Q., Velasco L., Breitung B., Presser V. // *Advanced Energy Materials*. 2021, 2102355. 18 pages. DOI: 10.1002/aenm.202102355/.
18. Tribological Performance of High-Entropy Coatings (HECs): A Review / Patel P., Roy A., Sharifi N., Stoyanov P., Chromik R., Moreau C. // *Materials*. 2022, vol. 15(10), paper № 3699. DOI: 10.3390/ma15103699/.
19. Sharma A. High entropy alloy coatings and technology // *Coatings*. 2021, vol. 11(4), paper № 372. DOI: 10.3390/coatings11040372.
20. A critical review on the high entropy material coatings: criteria for materials selection and coating procedure / Polyakova M., Ostovari Moghaddam A., Trofimova S., Samodurova M., Trofimov E. // *Engineering Research Express*. October 2024, vol. 6(4), 22 pages. DOI: 10.1088/2631-8695/ad8066
21. Smoluchowski M.V. Uber brownsche molekularbewegung unter einwirkung "außerer Kräfte und deren zusammenhang mit der verallgemeinerten diffusionsgleichung // *Annalen der Physik*. 1916, vol. 353, no. 24, pp. 1103–1112.
22. Рисс Ф., Секефальви-Надь Б. Лекции по функциональному анализу. М.: Мир, 1979. 585 с.
23. Морен К. Методы гильбертова пространства. М.: Мир, 1965. 570 с.
24. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Т. 1. Функциональный анализ. М.: Мир, 1977. 357 с.
25. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций: учеб. пособие. СПб.: Лань, 2011. 464 с.
26. Свешников А.А. Прикладные методы теории марковских процессов: учеб. пособие. СПб.: Лань, 2007. 192 с.
27. Соболев И.М. Метод Монте-Карло. М.: Наука, 1968. 64 с.

References

1. Gun G.S., Chukin M.V. *Optimizaciya processov tekhnologicheskogo i ekspluatacionnogo deformirovaniya izdelij s pokryiyami* [Optimization of processes of technological and operational deformation of coated products]. Magnitogorsk: Publishing House of Nosov Magnitogorsk State Technical University, 2006, 323 p. (In Russ.)
2. Izvekov Yu.A. Scientific foundations of the methodology to assess and improve the quality of technical systems at metallurgical enterprise. *Sbornik trudov V Mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii «Zhivuchest i konstruksionnoe materialovedenie (ZhIVKOM-2020)» v distancionnom формате* [Proceedings of the V International Scientific and Technical Conference “Vitality and Structural Materials Science (ZHIVKOM-2020)” in a remote format]. Moscow: IMASH RAN, 2020, pp. 118-119. (In Russ.)
3. Izvekov Yu.A. Quantitative Evaluation Algorithm Technical System Reliability. Proceedings of the VI International Scientific Conference Fundamental Research and Innovative Technologies in Mechanical Engineering. Moscow: IMASH RAN. 2019:195-196.
4. Russman I.B. *Modelirovanie i algoritimizaciya slaboformalizovannyh zadach vybora nailuchshih variantov sistemy* [Modeling and algorithmization of weakly formalized problems of selecting the best system options]. Voronezh: VGU, 1991, 168 p. (In Russ.)
5. Gambarov G.M. *Statisticheskoe modelirovanie i prognozirovaniye* [Statistical modeling and forecasting]. Moscow: Finance and Statistics, 1990, 383 p. (In Russ.)
6. Brandt. *Statisticheskie metody analiza nablyudeniy* [Statistical methods for analysis of observations]. Moscow: Mir, 1975, 312 p. (In Russ.)
7. Aoki M. *Optimizatsiya stohasticheskikh system* [Optimization of stochastic systems]. Moscow: Nauka, 1971, 424 p. (In Russ.)
8. Yermolyev Yu.M. *Metody stohasticheskogo programirovaniya* [Methods of stochastic programming]. Moscow: Nauka, 1976, 256 p. (In Russ.)

9. Izvekov Yu.A., Polyakova M.A., Svetus K.O., Ilyin I.E. Fundamentals of the application of stochastic differential equations for assessing the quality of structures. *Sovremennye problemy i perspektivy razvitiya nauki, tekhniki i obrazovaniya: Materialy IV Natsionalnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii* [Modern problems and prospects for the development of science, technology and education. Proceedings of the IV National Scientific and Practical Conference]. Magnitogorsk, 2023, pp. 172-174. (In Russ.)
10. Terano T., Asai K., Sugeno M. *Prikladnye nechetkie sistemy* [Applied fuzzy systems]. Moscow: Mir, 1993, 368 p. (In Russ.)
11. Melikhov A.N., Bernshtein L.S., Korovin S.Ya. *Situatsionnye sovetuyushchie sistemy s nechetkoy logikoy* [Situational advisory systems with fuzzy logic]. Moscow: Nauka, 1990, 272 p. (In Russ.)
12. Ostovari Moghaddam A., Abdollahzadeh A., Samodurova M., Shaburova N., Mikhailov D., Fereidonjad R., Zhivulin V., Trofimov E. Novel high entropy intermetallic compounds: Synthesis and detonation spraying. *Intermetallics*. 2022;146(107591). DOI: 10.1016/j.intermet.2022.107591.
13. Samoilo O., Shaburova N., Samodurova M., Pashkev K., Ostovari Moghaddam A., Trofimov E. Microstructure and Wear Behavior of Al_{0.25}CoCrFeNiSi_{0.6} High-Entropy Alloy Coating Deposited on Stainless Steel by Detonation Spraying. *Journal of Thermal Spray Technology*. 2023. DOI: 10.1007/s11666-023-01562-w.
14. Ostovari Moghaddam A., Samodurova M., Mikhailov D., Trofimov E. High entropy intermetallic coatings fabricated by detonation spraying. *Materials Letters*. 2022;311(131560). DOI: 10.1016/j.matlet.2021.131560.
15. Cantor B., Chang I.T.H., Knight P., Vincent A.J.B. Microstructural development in equiatomic multicomponent alloys. *Materials Science and Engineering A – Structural Materials Properties, Microstructure and Processing*. 2004;375-377:213-218. DOI: 10.1016/j.msea.2003.10.257.
16. Yeh J.-W., Chen S.-K., Lin S.-J., Shun T.-T., Tsau C.-H., Chang S.-Y. Nanostructured High-Entropy Alloys with Multiple Principal Elements: Novel Alloy Design Concepts and Outcomes. *Advanced Engineering Materials*. 2004;6(5):299-303. DOI: 10.1002/adem.200300567/
17. Wang Q., Velasco L., Breitung B., Presser V. High-Entropy energy materials in the age of Big Data: a critical guide to next-generation synthesis and applications. *Advanced Energy Materials*. 2021;(2102355). 18 p. DOI: 10.1002/aenm.202102355/.
18. Patel P., Roy A., Sharifi N., Stoyanov P., Chromik R., Moreau C. Tribological Performance of High-Entropy Coatings (HECs): A Review. *Materials*. 2022;15(10):3699. DOI: 10.3390/ma15103699/.
19. Sharma A. High entropy alloy coatings and technology. *Coatings*. 2021;11(4):372. DOI: 10.3390/coatings11040372.
20. Polyakova M., Ostovari Moghaddam A., Trofimova S., Samodurova M., Trofimov E. A critical review on the high entropy material coatings: criteria for materials selection and coating procedure. *Engineering Research Express*. 2024;6(4). 22 p. DOI: 10.1088/2631-8695/ad8066
21. Smoluchowski M.V. *Über brownische molekularebewegung unter einwirkung "äußerer Kräfte und deren zusammenhang mit der verallgemeinerten diffusionsgleichung*. *Annalen der Physik*. 1916;353(24):1103–1112.
22. Riss F., Sekelfalvi-Nad B. *Leksii po funktsionalnomu analizu* [Lectures on functional analysis]. Moscow: Mir, 1979, 585 p. (In Russ.)
23. Moren K. *Metody gilbertova prostranstva* [Hilbert space methods]. Moscow: Mir, 1965, 570 p. (In Russ.)
24. Rid M., Saimon B. *Metody sovremennoy matematicheskoy fiziki. Tom 1. Funktsionalniy analiz* [Methods of modern mathematical physics. Volume 1. Functional Analysis]. Moscow: Mir, 1977, 357 p. (In Russ.)
25. Sveshnikov A.A. *Prikladnye metody teorii sluchainykh funktsiy : uchebnoe posobie* [Applied methods of the theory of random functions : a textbook]. Saint Petersburg: Publishing House "Lan", 2011, 464 p. (In Russ.)
26. Sveshnikov A.A. *Prikladnye metody teorii markovskikh processov: uchebnoe posobie* [Applied methods of the theory of Markov processes: a textbook]. Saint Petersburg: Publishing House "Lan", 2007, 192 p. (In Russ.)
27. Sobol I.M. *Metod Monte-Karlo* [Monte-Carlo method]. Moscow: Nauka, 1968, 64 p. (In Russ.)

Поступила 17.02.2025; принята к публикации 19.02.2025; опубликована 28.03.2025
Submitted 17/02/2025; revised 19/02/2025; published 28/03/2025

Полякова Марина Андреевна – доктор технических наук, доцент,
Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова, Магнитогорск, Россия.
Email: m.polyakova@magtu.ru. ORCID 0000-0002-1597-8867

Извеков Юрий Анатольевич – доктор технических наук, доцент,
Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова, Магнитогорск, Россия.
Email: yurij.izvekov@mail.ru. ORCID 0000-0002-1892-4055

Самодурова Марина Николаевна – доктор технических наук, профессор,
Южно-Уральский государственный университет (национальный университет), Челябинск, Россия.
Email: samodurovamn@susu.ru. ORCID 0000-0002-1505-1068

Трофимова Светлана Николаевна – кандидат технических наук, старший преподаватель,
Южно-Уральский государственный университет (национальный университет), Челябинск, Россия.
Email: sntrofimova@susu.ru

Шеметова Вероника Владимировна – кандидат физико-математических наук, доцент,
Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова, Магнитогорск, Россия.
Email: v.shemetova@magtu.ru. ORCID 0000-0002-2135-3900

Ярушина Дарья Валерьевна – аспирант
Южно-Уральский государственный университет (национальный университет), Челябинск, Россия.

Marina A. Polyakova – DrSc (Eng.), Associate Professor,
Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk, Russia.
Email: m.polyakova@magtu.ru. ORCID 0000-0002-1597-8867

Yury A. Izvekov – DrSc (Eng.), Associate Professor,
Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk, Russia.
Email: yurij.izvekov@mail.ru. ORCID 0000-0002-1892-4055

Marina N. Samodurova – DrSc (Eng.), Professor,
South Ural State University (National Research University), Chelyabinsk, Russia.
Email: samodurovamn@susu.ru. ORCID 0000-0002-1505-1068

Svetlana N. Trofimova – PhD (Eng.), Senior Lecturer,
South Ural State University (National Research University), Chelyabinsk, Russia.
Email: sntrofimova@susu.ru.

Veronika V. Shemetova – PhD (Physical and Mathematical Sciences), Associate Professor,
Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk, Russia.
Email: v.shemetova@magtu.ru. ORCID 0000-0002-2135-3900

Darya V. Yarushina – Postgraduate Student,
South Ural State University (National Research University), Chelyabinsk, Russia.