



ISSN 1995-2732 (Print), 2412-9003 (Online)

УДК 621.99

DOI: 10.18503/1995-2732-2024-22-3-92-100

## РАСЧЕТ СИЛЫ РЕЗАНИЯ ПРИ ОБРАБОТКЕ ВНУТРЕННЕЙ РЕЗЬБЫ ГРЕБЕНЧАТЫМИ РЕЗЬБОВЫМИ ФРЕЗАМИ

Мальков О.В., Карельский А.С.

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

**Аннотация.** Постановка задачи (актуальность работы). Резьбофрезерование является гибким и универсальным способом резбонарезания, обладающим надежностью и обеспечивающим точность и качество получаемой резьбы. Наиболее часто используются гребенчатые резьбовые фрезы, обеспечивающие наибольшую производительность обработки, при этом увеличение длины рабочей части инструмента приводит к увеличению силы резания, что приводит к появлению конусообразности резьбы и может снижать ее точность. Прогнозирование силы при резьбофрезеровании гребенчатыми конструкциями инструментов позволит решить ряд задач, обеспечивающих эффективную их работу, которые связаны с обеспечением точности внутренней метрической резьбы, прочности инструмента и равномерности работы, присутствующими вибрациями в технологической системе. **Цель работы.** Разработать теоретическую модель для расчета составляющих силы резания при резьбофрезеровании гребенчатой фрезой, которая учитывает составляющие силы резания всех единичных резьбообразующих профилей с учетом угла контакта. **Используемые методы.** Теоретическая модель силы резания разработана в программе PTC Mathcad Prime 3.1 на основании положений теории резания с использованием геометрического построения и проверки при помощи программы Компас-3D. **Новизна.** Предложенная теоретическая модель силы при фрезеровании гребенчатыми фрезами внутренней метрической резьбы описывает распределение срезаемого слоя между профилями зубьев инструмента с использованием модели силы при резьбофрезеровании однодисковыми фрезами [7] с учетом винтовых стружечных канавок и неравномерного окружного шага зубьев. **Результат.** Работоспособность предложенной теоретической модели силы при фрезеровании гребенчатыми резьбовыми фрезами подтверждена экспериментальными данными, расхождение с которыми не превысило 20%. **Практическая значимость.** Предложенная теоретическая модель составляющих силы при фрезеровании гребенчатыми резьбовыми фрезами позволяет на основе теоретического расчета решить ряд задач, связанных с обеспечением точности внутренней метрической резьбы, прочности инструмента, равномерности его работы.

**Ключевые слова:** резьбофрезерование, гребенчатая резьбовая фреза, сила резания, моделирование, срезаемый слой

© Мальков О.В., Карельский А.С., 2024

### Для цитирования

Мальков О.В., Карельский А.С. Расчет силы резания при обработке внутренней резьбы гребенчатыми резьбовыми фрезами // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова. 2024. Т. 22. №3. С. 92-100. <https://doi.org/10.18503/1995-2732-2024-22-3-92-100>



Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.  
The content is available under Creative Commons Attribution 4.0 License.

# CALCULATION OF CUTTING FORCE WHEN MACHINING INTERNAL THREADS WITH THREAD MILLING CUTTERS

Malkov O.V., Karelsky A.S.

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

**Abstract. Problem Statement (Relevance).** Thread milling is a flexible and universal method of threading, showing reliability and ensuring accuracy and the quality of the resulting internal thread. Thread milling cutters are the most often used ones, providing the highest machining performance, while increasing length of the operating part of the tool leads to an increase in cutting force, which leads to a taper thread and may reduce its accuracy. Predicting force during thread milling with comb-shaped structures of tools solves a number of tasks that ensure their efficient operation, which are related to ensuring accuracy of the internal metric thread, strength of the tool and uniform operation, and vibrations in the technological system. **Objectives.** The research is aimed at developing a theoretical model for calculating the components of cutting force during thread milling with a thread milling cutter, which factors into the distribution of the cutting force components for every thread-forming profile subject to the contact angle. **Methods Applied.** A theoretical model of cutting force was developed in PTC Mathcad Prime 3.1 based on the provisions of the cutting theory using geometric construction and verification with Kompas-3D. **Originality.** The proposed theoretical model of force during thread milling of internal metric threads with thread milling cutters describes the distribution of the cut layer between the profiles of tool teeth using a force model for thread milling with single-disc cutters [7], factoring into screw chip grooves and a non-uniform circumferential pitch of the teeth. **Result.** Efficiency of the proposed theoretical force model for thread milling with thread milling cutters is confirmed by experimental data. Discrepancy with such data did not exceed 20%. **Practical Relevance.** The proposed theoretical model of the force components in threading with thread milling cutters solves a number of problems related to ensuring accuracy of the internal metric thread, strength of the tool and its uniform operation based on theoretical calculation.

**Keywords:** thread milling, thread milling cutter, cutting force, modeling, cut layer

## For citation

Malkov O.V., Karelskiy A.S. Calculation of Cutting Force when Machining Internal Threads with Thread Milling Cutters. *Vestnik Magnitogorskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta im. G.I. Nosova* [Vestnik of Nosov Magnitogorsk State Technical University]. 2024, vol. 22, no. 3, pp. 92-100. <https://doi.org/10.18503/1995-2732-2024-22-3-92-100>

## Введение

Резьбофрезерование все более широко используется в промышленном производстве изделий, что связано с рядом преимуществ процесса, таких как универсальность, надежность и качество получаемой внутренней метрической резьбы. При поломке резьбовая фреза легко извлекается из отверстия, что не приводит к сложноустраняемому браку, необходимости использования дополнительной операции извлечения инструмента и ремонту резьбы.

Наиболее часто используются гребенчатые резьбовые фрезы, которые позволяют повысить производительность за счет одновременной обработки всех витков резьбы за один планетарный оборот инструмента вокруг оси резьбы, что увеличивает силу резания по сравнению с обработкой однодисковым инструментом. Это может привести к снижению точности и качества обработки, а также поломке инструмента, поскольку при использовании кинематической схемы с параллельными осями резьбы и инструмента сила действует на инструмент как на консольную балку, вызывая радиальное и угловое перемещение свободного торца.

Анализ литературных источников [1-6] показал, что используемые подходы к оценке силы при резьбофрезеровании ограничены по трудоемкости получения данных и проведении расчетов, а также имеют ограничения и упрощения при описании моделей.

Таким образом, работа, направленная на получение теоретической модели силы резания при резьбофрезеровании гребенчатыми инструментами, является актуальной, поскольку позволит отказаться от трудоемких экспериментальных исследований и оперативно производить расчет силы резания.

## Расчет составляющих силы при обработке гребенчатыми резьбовыми фрезами

В общем случае конструкция гребенчатой резьбовой фрезы содержит совокупность однодисковых резьбовых фрез с одинаковыми геометрическими и конструктивными параметрами, каждая из которых совершает одинаковую работу по формированию одного витка внутренней метрической резьбы и удаляет при этом срезаемый слой одинаковой формы (рис. 1, поз. 1). Различие заключается только во взаимном повороте дисков друг относительно друга относительно оси инструмента из-за наличия угла наклона стружеч-

ных канавок, в результате чего каждый резбообразующий профиль соответствующего зуба инструмента будет находиться в различных областях срезаемого слоя и контактировать с ним по площади, соответствующей сочетанию угла поворота инструмента относительно своей оси и угла наклона винтовых стружечных канавок. Исходя из этих соображений, следует формировать последовательность расчета составляющих силы при резбофрезеровании гребенчатыми инструментами, используя теоретическую модель силы резания однодисковыми резбовыми фрезами [7].

На основании приведенных отличий однодисковой и гребенчатой фрез расчет силы резания при работе последней следует вести интегрально по всем элементам, одновременно участвующим в работе с учетом модели [7].

На рис. 2 представлена расчетная схема для определения значений составляющих силы при резбофрезеровании гребенчатым инструментом.

Для алгоритмизации расчетов резбообразующие диски пронумерованы в матричном виде ( $z, m$ ), где первое число  $z$  обозначает номер зуба (например, на рисунке показаны параметры для трехзубой фрезы

$z \in \{1, 2, 3\}$ ), а второе число – порядковый номер  $m$  резбообразующего диска с началом отсчета от торца фрезы (рис. 2). Вследствие наличия ненулевого угла наклона стружечной канавки введена угловая координата каждого текущего резбового профиля  $\chi_m$  с угловым шагом между профилями  $\Delta\chi$ . На рис. 2 выделены профили, участвующие в резании на момент расчета, и элементарные срезаемые слои, обозначенные цифрой 4. На примере профиля 2.4 на втором зубе фрезы показаны направления составляющих силы резания: касательной  $P_{r2,4}$ , радиальной  $P_{r2,4}$ , равнодействующей  $P_{xy2,4}$  и осевой  $P_{z2,4}$ .

Срезаемый слой определяется углом контакта  $\theta = \theta_{\min} + \theta_{\max}$  (см. рис. 2) [8]. Для определения координаты сечения внутри срезаемого слоя используется параметр  $\Delta\theta$  как угловой шаг между двумя соседними сечениями. Чем меньше параметр  $\Delta\theta$ , тем больше расчетных сечений, которые получают в общей матрице  $i$ -ю индексацию столбцов. И, как следствие, сложнее, но точнее общий расчет. Вторым параметром двумерного массива (1) является номер резбообразующего диска  $m$ .

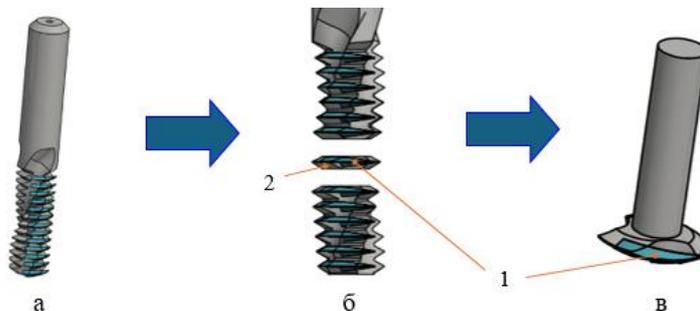


Рис. 1. Иллюстрация представления гребенчатой фрезы как совокупности однодисковых: а – гребенчатая резбовая фреза; б – элементарный резбообразующий диск; в – однодисковая фреза; 1 – срезаемый слой; 2 – резбообразующий диск

Fig. 1. The representation of the thread milling cutter as a set of single-disc cutters: a is a thread milling cutter; б is an elementary threading disc; в is a single-disc milling cutter; 1 is a cut layer; 2 is a threading disc

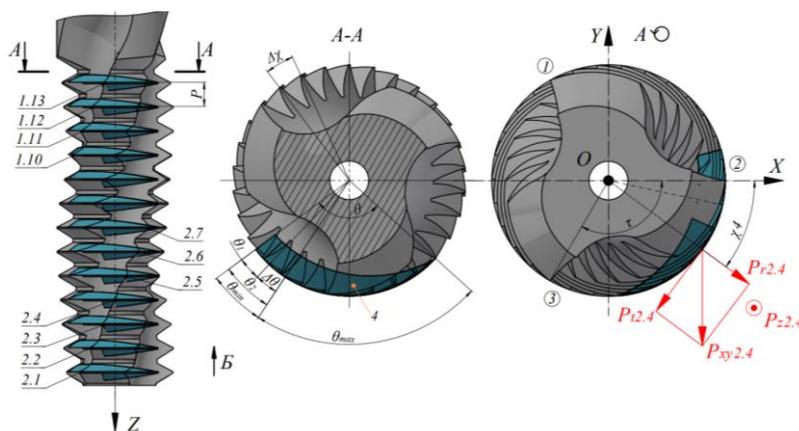


Рис. 2. Схема алгоритмизации расчета составляющих силы резбофрезерования:

1, 2, 3 – номер зуба; 4 – срезаемый слой

Fig. 2. An algorithm presentation diagram for calculating the thread milling force components:

1, 2, 3 is tooth number, 4 is a cut layer

Результаты для одного зуба в этом случае принимают вид (на примере составляющей силы  $P_{tz}$ , где индекс  $z$  характеризует порядковый номер зуба (см. рис. 2)):

$$P_{tz} = \begin{bmatrix} P_{i1,1}(\theta_{\min} + (z-1) \cdot \tau) & \cdots & P_{i1,1}(\theta_{\min} + (i-1) \cdot \Delta\theta + (z-1) \cdot \tau) \\ P_{i1,2}(\theta_{\min} + 1 \cdot \Delta\chi + (z-1) \cdot \tau) & \cdots & P_{i1,2}(\theta_{\min} + 1 \cdot \Delta\chi + (i-1) \cdot \Delta\theta + (z-1) \cdot \tau) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{i1,m}(\theta_{\min} + (m-1) \cdot \Delta\chi + (z-1) \cdot \tau) & \cdots & P_{i1,m}(\theta_{\min} + (m-1) \cdot \Delta\chi + (i-1) \cdot \Delta\theta + (z-1) \cdot \tau) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где  $P_{ii,m}(\theta_i)$  – касательная составляющая силы резания, Н;  $\tau$  – угловой шаг зубьев фрезы, град.

Угловое смещение в соответствии с представленной схемой определяется следующим образом:

$$\Delta\chi = \frac{2P \cdot \operatorname{tg} \omega}{d_p}, \quad (2)$$

где  $P$  – шаг резьбообразующих профилей, мм;  $\omega$  – угол наклона винтовых стружечных канавок, град;  $d_p$  – диаметр резьбовой фрезы, мм.

Угловой шаг зубьев  $\tau$  должен учитывать погрешность углового шага инструмента при его изготовлении  $\delta\tau_z$ , а также параметр  $\Delta\tau$  при использовании неравномерного углового шага:

$$\tau = \frac{360^\circ}{z} \pm \Delta\tau \pm \delta\tau_z. \quad (3)$$

Алгоритм расчета, описанный матрицей (1), пространен и реализован при определении всех составляющих силовых характеристик.

Матричная запись составляющих силы резания, рассчитанных по (1), составляется таким образом, что каждое значение составляющей силы резания внутри матрицы рассчитывается для угловой координаты  $\theta_i$ , определяемой по формуле

$$\theta_i = \theta_{\min} + (m-1) \cdot \Delta\chi + (i-1) \cdot \Delta\theta + (z-1) \cdot \tau. \quad (4)$$

Такая форма записи позволяет определить нахождение профиля зуба фрезы в контакте со срезаемым слоем при условии:  $\theta_{\min} \leq \theta < \theta_{\max}$ . В случае несоответствия условию матрица будет содержать нулевые значения. Однако при больших значениях угла  $\omega$  для большого числа зубьев угловая координата может быть  $\theta_i \geq 2\pi$ , а профили зуба будут находиться в контакте со срезаемым слоем. Для таких случаев было определено условие исключения части, кратной  $2\pi$ :

$$\theta_i \in \left[ \zeta \cdot 2\pi - \frac{\pi}{2}, \zeta \cdot 2\pi + \frac{\pi}{2} \right] \rightarrow \theta_i \in \left[ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right], \quad (5)$$

где  $\zeta$  – параметр, задающий номер полного оборота текущей угловой координаты.

Описанный прием позволяет уменьшить расчетную матрицу и повысить эффективность вычислений.

Интегральные значения силовых характеристик получены почисленным сложением всех элементов в формате суммарной матрицы:

$$\begin{cases} \overline{P_{t\Sigma}} = \overline{P_{t1}} + \overline{P_{t2}} + \dots + \overline{P_{tz}}; \\ \overline{P_{r\Sigma}} = \overline{P_{r1}} + \overline{P_{r2}} + \dots + \overline{P_{rz}}; \\ \overline{P_{z\Sigma}} = \overline{P_{z1}} + \overline{P_{z2}} + \dots + \overline{P_{zz}}. \end{cases} \quad (6)$$

Распределение составляющих силы резания в матричном виде по формуле (1) для каждого зуба на примере касательной составляющей для трехзубой резьбовой фрезы представлено на рис. 3. По формуле (6) выполнялось суммирование значений по количеству зубьев с формированием суммарной матрицы (см. рис. 3).

Кинематическая схема работы гребенчатой резьбовой фрезы предполагает консольную нагрузку на инструмент. Предварительные исследования показали, что осевая составляющая силы резания однодисковой фрезой составляет не более 10% от касательной составляющей, а на контактное взаимодействие будет оказывать влияние как касательная, так и радиальная составляющая силы. В связи с этим кроме отдельных составляющих проводился расчет составляющей силы в плоскости, перпендикулярной оси резбы  $P_{xy} = \sqrt{P_t^2 + P_r^2}$ , которая была использована при оценке конусности формируемой резбы и в итоге ее влияния на степень точности резбы.

Представленная теоретическая модель расчета составляющих силовых характеристик резьбофрезирования позволяет провести предварительную оценку условий работы резьбовой гребенчатой фрезы. Отклонения от экспериментально полученных значений были определены при исследованиях в учебном центре компании *Sandvik Coromant* [9].

Регистрация составляющих силы резания при резьбофрезировании проведена с помощью диагностического стенда на базе динамометра Kistler 9257b [10]. Обработка результатов выполнена посредством программного обеспечения DynoWare [11].

Вертикальная составляющая зарегистрированных параметров соответствует составляющей силы резания  $P_z$ . Поэтому полученные значения приняты для сравнительного анализа без дополнительных пересчетов или преобразований.

№	Распределение касательной составляющей силы для 1-го зуба фрезы																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	P <sub>1.1.1</sub>	P <sub>1.1.2</sub>	P <sub>1.1.3</sub>	P <sub>1.1.4</sub>	P <sub>1.1.5</sub>	P <sub>1.1.6</sub>	P <sub>1.1.7</sub>	P <sub>1.1.8</sub>	P <sub>1.1.9</sub>	P <sub>1.1.10</sub>	0	0	0	0	0	0	0
2	0	P <sub>1.2.2</sub>	P <sub>1.2.3</sub>	P <sub>1.2.4</sub>	P <sub>1.2.5</sub>	P <sub>1.2.6</sub>	P <sub>1.2.7</sub>	P <sub>1.2.8</sub>	P <sub>1.2.9</sub>	P <sub>1.2.10</sub>	P <sub>1.2.11</sub>	0	0	0	0	0	0
3	0	0	P <sub>1.3.3</sub>	P <sub>1.3.4</sub>	P <sub>1.3.5</sub>	P <sub>1.3.6</sub>	P <sub>1.3.7</sub>	P <sub>1.3.8</sub>	P <sub>1.3.9</sub>	P <sub>1.3.10</sub>	P <sub>1.3.11</sub>	P <sub>1.3.12</sub>	0	0	0	0	0
4	0	0	0	P <sub>1.4.4</sub>	P <sub>1.4.5</sub>	P <sub>1.4.6</sub>	P <sub>1.4.7</sub>	P <sub>1.4.8</sub>	P <sub>1.4.9</sub>	P <sub>1.4.10</sub>	P <sub>1.4.11</sub>	P <sub>1.4.12</sub>	P <sub>1.4.13</sub>	0	0	0	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	P <sub>1.12.12</sub>	P <sub>1.12.13</sub>	P <sub>1.12.14</sub>	P <sub>1.12.15</sub>	P <sub>1.12.16</sub>	P <sub>1.12.17</sub>
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	P <sub>1.13.13</sub>	P <sub>1.13.14</sub>	P <sub>1.13.15</sub>	P <sub>1.13.16</sub>	P <sub>1.13.17</sub>

+

№	Распределение касательной составляющей силы для 2-го зуба фрезы																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	P <sub>2.1.13</sub>	P <sub>2.1.14</sub>	P <sub>2.1.15</sub>	P <sub>2.1.16</sub>	P <sub>2.1.17</sub>
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	P <sub>2.2.14</sub>	P <sub>2.2.15</sub>	P <sub>2.2.16</sub>	P <sub>2.2.17</sub>
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	P <sub>2.3.15</sub>	P <sub>2.3.16</sub>	P <sub>2.3.17</sub>
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	P <sub>2.4.16</sub>	P <sub>2.4.17</sub>
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	P <sub>2.5.17</sub>
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

+

№	Распределение касательной составляющей силы для 3-го зуба фрезы																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	P <sub>3.3.1</sub>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
11	P <sub>3.11.1</sub>	P <sub>3.11.2</sub>	P <sub>3.11.3</sub>	P <sub>3.11.4</sub>	P <sub>3.11.5</sub>	P <sub>3.11.6</sub>	P <sub>3.11.7</sub>	P <sub>3.11.8</sub>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	P <sub>3.12.1</sub>	P <sub>3.12.2</sub>	P <sub>3.12.3</sub>	P <sub>3.12.4</sub>	P <sub>3.12.5</sub>	P <sub>3.12.6</sub>	P <sub>3.12.7</sub>	P <sub>3.12.8</sub>	P <sub>3.12.9</sub>	0	0	0	0	0	0	0	0
13	P <sub>3.13.1</sub>	P <sub>3.13.2</sub>	P <sub>3.13.3</sub>	P <sub>3.13.4</sub>	P <sub>3.13.5</sub>	P <sub>3.13.6</sub>	P <sub>3.13.7</sub>	P <sub>3.13.8</sub>	P <sub>3.13.9</sub>	P <sub>3.13.10</sub>	0	0	0	0	0	0	0

=

№	Распределение суммарной касательной составляющей силы для всех зубьев																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	P <sub>1.1.1</sub>	P <sub>1.1.2</sub>	P <sub>1.1.3</sub>	P <sub>1.1.4</sub>	P <sub>1.1.5</sub>	P <sub>1.1.6</sub>	P <sub>1.1.7</sub>	P <sub>1.1.8</sub>	P <sub>1.1.9</sub>	P <sub>1.1.10</sub>	0	0	P <sub>2.1.13</sub>	P <sub>2.1.14</sub>	P <sub>2.1.15</sub>	P <sub>2.1.16</sub>	P <sub>2.1.17</sub>
2	0	P <sub>1.2.2</sub>	P <sub>1.2.3</sub>	P <sub>1.2.4</sub>	P <sub>1.2.5</sub>	P <sub>1.2.6</sub>	P <sub>1.2.7</sub>	P <sub>1.2.8</sub>	P <sub>1.2.9</sub>	P <sub>1.2.10</sub>	P <sub>1.2.11</sub>	0	0	P <sub>2.2.14</sub>	P <sub>2.2.15</sub>	P <sub>2.2.16</sub>	P <sub>2.2.17</sub>
3	0	0	P <sub>1.3.3</sub>	P <sub>1.3.4</sub>	P <sub>1.3.5</sub>	P <sub>1.3.6</sub>	P <sub>1.3.7</sub>	P <sub>1.3.8</sub>	P <sub>1.3.9</sub>	P <sub>1.3.10</sub>	P <sub>1.3.11</sub>	P <sub>1.3.12</sub>	0	0	P <sub>2.3.15</sub>	P <sub>2.3.16</sub>	P <sub>2.3.17</sub>
4	P <sub>3.3.1</sub>	0	0	P <sub>1.4.4</sub>	P <sub>1.4.5</sub>	P <sub>1.4.6</sub>	P <sub>1.4.7</sub>	P <sub>1.4.8</sub>	P <sub>1.4.9</sub>	P <sub>1.4.10</sub>	P <sub>1.4.11</sub>	P <sub>1.4.12</sub>	P <sub>1.4.13</sub>	0	0	P <sub>2.4.16</sub>	P <sub>2.4.17</sub>
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
10	P <sub>3.10.1</sub>	P <sub>3.10.2</sub>	P <sub>3.10.3</sub>	P <sub>3.10.4</sub>	P <sub>3.10.5</sub>	P <sub>3.10.6</sub>	P <sub>3.10.7</sub>	0	0	P <sub>1.10.10</sub>	P <sub>1.10.11</sub>	P <sub>1.10.12</sub>	P <sub>1.10.14</sub>	P <sub>1.10.15</sub>	P <sub>1.10.16</sub>	P <sub>1.10.17</sub>	P <sub>1.10.17</sub>
11	P <sub>3.11.1</sub>	P <sub>3.11.2</sub>	P <sub>3.11.3</sub>	P <sub>3.11.4</sub>	P <sub>3.11.5</sub>	P <sub>3.11.6</sub>	P <sub>3.11.7</sub>	P <sub>3.11.8</sub>	0	0	P <sub>1.11.11</sub>	P <sub>1.11.12</sub>	P <sub>1.11.13</sub>	P <sub>1.11.14</sub>	P <sub>1.11.15</sub>	P <sub>1.11.16</sub>	P <sub>1.11.17</sub>
12	P <sub>3.12.1</sub>	P <sub>3.12.2</sub>	P <sub>3.12.3</sub>	P <sub>3.12.4</sub>	P <sub>3.12.5</sub>	P <sub>3.12.6</sub>	P <sub>3.12.7</sub>	P <sub>3.12.8</sub>	P <sub>3.12.9</sub>	0	0	P <sub>1.12.12</sub>	P <sub>1.12.13</sub>	P <sub>1.12.14</sub>	P <sub>1.12.15</sub>	P <sub>1.12.16</sub>	P <sub>1.12.17</sub>
13	P <sub>3.13.1</sub>	P <sub>3.13.2</sub>	P <sub>3.13.3</sub>	P <sub>3.13.4</sub>	P <sub>3.13.5</sub>	P <sub>3.13.6</sub>	P <sub>3.13.7</sub>	P <sub>3.13.8</sub>	P <sub>3.13.9</sub>	P <sub>3.13.10</sub>	0	0	P <sub>1.13.13</sub>	P <sub>1.13.14</sub>	P <sub>1.13.15</sub>	P <sub>1.13.16</sub>	P <sub>1.13.17</sub>

Рис. 3. Суммарная матрица для расчета касательной составляющей силы резания  $P_{t,z,m,i}$  (где  $z$  – номер зуба;  $m$  – номер резьбообразующего профиля;  $i$  – номер сечения срезаемого слоя на примере трехзубой резьбовой фрезы)

Fig. 3. The total matrix for calculating the tangential component of cutting force  $P_{t,z,m,i}$  (where  $z$  is tooth number,  $m$  is the number of the thread-forming profile,  $i$  is the number of the section of the cut layer using a three-tooth thread cutter as the example)

Исходные данные для расчета составляющих силы резания и план эксперимента по резьбофрезерованию гребенчатыми резьбовыми фрезами сведены в табл. 1.

Так как в расчетной модели использована модель работы однодисковой резьбовой фрезой [7], то в качестве исходных данных использованы параметры резьбы и геометрические параметры режущей части однодисковой фрезы (диаметр инструмента  $d_p$ , мм; передний и задний углы в торцевом сечении  $\gamma_T$ ,  $\alpha_T$ ,

град; длина фасочной части резьбообразующего профиля  $l_f$ , мм; радиусы округления и износ кромок резьбообразующего профиля  $\rho_1$ ,  $\rho_2$ ,  $\rho_3$ ,  $h_{31}$ ,  $h_{32}$ ,  $h_{33}$ , мм; число зубьев  $z$ ; биение зубьев фрезы –  $\Delta h$ , мм; неравномерный угловой шаг  $\tau$ , град), а также геометрические параметры, присущие гребенчатым резьбовым фрезам (угол наклона стружечных канавок  $\omega$ , град; длина рабочей части фрезы  $l_p$ , мм), свойства материалов заготовки и инструмента, параметры режима резания.

Графическое отображение результатов экспериментальных исследований и теоретических расчетов силовых характеристик при резбозерезовании представлено на рис. 4. В результате анализа полученных зависимостей выявлено, что графики экспериментальных исследований и теоретических расчетов имеют одинаковые тенденции изменения, близкие

максимальные значения функций, знак этих максимальных значений и идентичный угол контакта  $\theta$ , что показывает работоспособность теоретической модели. Негладкость экспериментальных зависимостей вызвана возникающими при резбозерезовании вибрациями, которые в теоретическую модель на данном этапе не введены.

Таблица 1. Исходные данные для расчета составляющих силы резания  
Table 1. Initial data for calculating the cutting force components

Параметры резбы	Параметры инструмента
$D = 16$ мм $P = 1$ мм $D_f = 15$ мм	$d_p = 13,9$ мм; $l_p = 10$ мм; $l_f = 0,145$ мм $z = 5$ ; $\Delta h = 0,01$ мм; $\tau = 0^\circ$ $\rho_1 = 0,008$ мм; $\rho_2 = 0,008$ мм; $\rho_3 = 0,016$ мм $\omega = 10^\circ$ ; $\gamma_T = 10^\circ$ ; $\alpha_T = 9^\circ$ $h_{31} = 0,001$ мм; $h_{32} = 0,001$ мм; $h_{33} = 0,003$ мм
Свойства материала заготовки (сталь 45)	Свойства материала инструмента (BK10)
$\sigma_B = 640$ МПа $\sigma_{0,2} = 245$ МПа $\lambda = 48$ Дж/(м·с·С°) $a = 1,301 \cdot 10^{-8}$ м <sup>2</sup> /с	$\lambda_p = 71$ Дж/(м·с·С°)
	<b>Параметры режима обработки</b>
	$V = 90$ м/мин $S_z = 0,085$ мм/зуб Встречное фрезерование
<b>План эксперимента</b>	
<i>Варьируемый фактор</i>	<i>Диапазон варьирования фактора</i>
$D$ , мм	16; 20; 24; 30; 36
$S_z$ , мм/зуб	0,040; 0,046; 0,050; 0,054; 0,058; 0,062; 0,068; 0,074; 0,078; 0,085
$l_p$ , мм	4; 5; 10; 14; 18; 22
$d_p$ , мм	6; 8; 10; 14

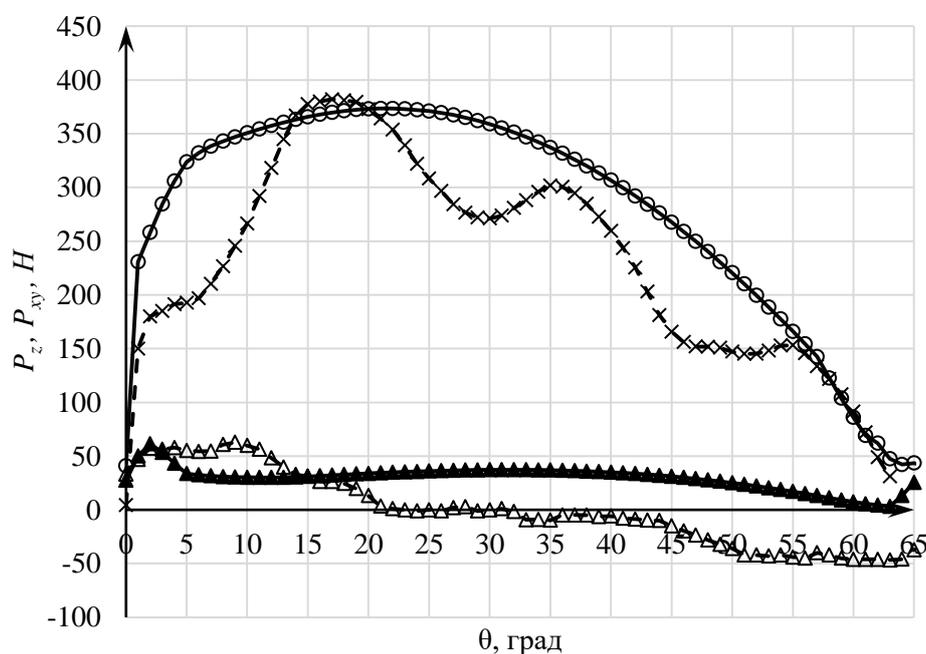


Рис. 4. Графики зависимости расчетных  $P_{xy}(\circ)$ ,  $P_z(\blacktriangle)$  и экспериментальных  $P_{xy}(x)$ ,  $P_z(\Delta)$  составляющих силовых характеристик от положения расчетного сечения в области угла контакта  
Fig. 4. Curves of the dependence between calculated  $P_{xy}(\circ)$ ,  $P_z(\blacktriangle)$  and experimental  $P_{xy}(x)$ ,  $P_z(\Delta)$  components of the power characteristics, and the position of the calculated section in the area of the contact angle

Для всех реализуемых условий плана эксперимента (см. табл. 1) получены значения максимальной равнодействующей составляющей  $P_{xy}$ , представленные на рис. 5.

Иллюстрации зависимостей, представленные на рис. 5, позволяют установить, что увеличение силы резания при резьбофрезеровании наблюдается при увеличении диаметра обрабатываемой резьбы, параметров режима резания (в частности, подачи на зуб) и длины консольной части работающей фрезы. Уменьшение диаметра фрезы приводит к уменьшению составляющих силы резания. Указанные изменения коррелируют с изменяющейся величиной площади сечения срезаемого слоя, что подтверждается результатами проведенных ранее исследований [12]. Наибольшее влияние на силу резания оказывает длина рабочей части инструмента. Расхождение расчетных и экспериментальных значений не превысило 20% по всему плану эксперимента.

В табл. 2 представлен план расчетного исследования, составленный и реализованный для выявления влияния конструктивных параметров резьбовых гребенчатых фрез ( $\omega$ ,  $l_p$ ) на составляющие силовых характеристик. Для сравнения с расчетной моделью использовались экспериментальные данные для фрезы с углом наклона стружечной канавки  $10^\circ$  (Sandvik Coromant R217.15140100AC26N 1630 ( $z = 5$ )). План эксперимента был расширен в области углов наклона стружечной канавки и длины рабочей части.

Таблица 2. План расчетного исследования для выявления влияний конструктивных параметров резьбовых гребенчатых фрез на составляющие силы резьбофрезерования  
Table 2. The design study plan to identify effects of the design parameters of thread milling cutters on the thread milling force components

Параметр	Диапазон изменения параметра
$\omega$ , град	-40; -30; -20; -10; 0; 10; 20; 30; 40
$l_p$ , мм	5; 10; 15; 20; 25

По предложенному плану проведен расчет и построены графики зависимостей составляющих силы резания, представленные на рис. 6. Постоянные значения при расчете согласно плану эксперимента (см. табл. 2) использовались в соответствии с представленными в табл. 1.

Представленные на рис. 6 графики показывают, что изменение угла наклона стружечных канавок оказывает значительное влияние на величину составляющих силы резьбофрезерования (рис. 6, а). Причем изменения радиальной и осевой составляющих представляют собой монотонно убывающую зависимость от крайней величины левого угла наклона к крайней величине правого угла наклона, что указывает на изменение их направлений. А касательная составляющая имеет максимальное значение в области  $\omega = 0^\circ$ , то есть для прямых зубьев фрезы. Указанные изменения вызваны перераспределением и перенаправлением элементарных векторов силы резания на каждом из трех сторон резьбообразующего профиля.

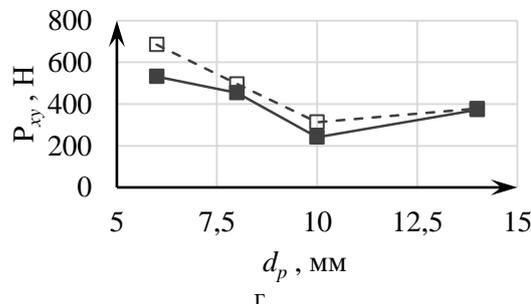
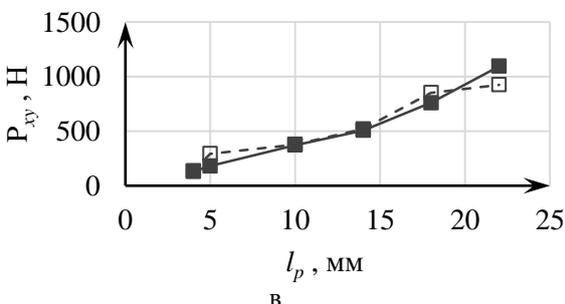
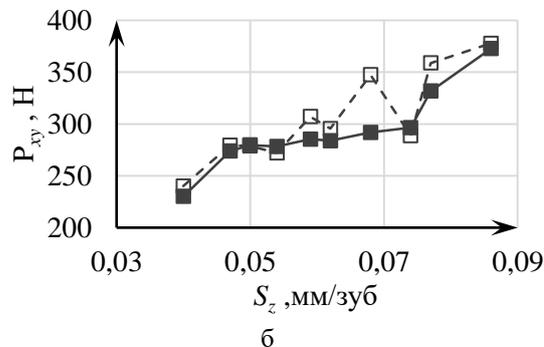
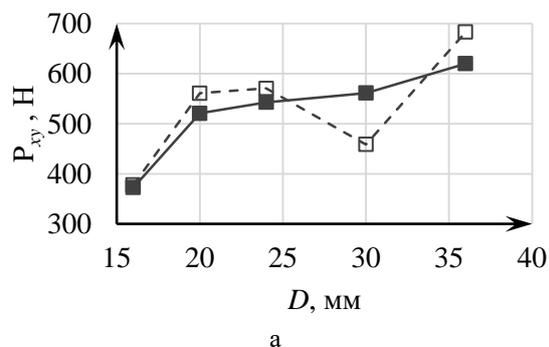


Рис. 5. Графики зависимостей силы резания  $P_{xy}$  от исходных параметров ( $D$  (а);  $S_z$  (б);  $l_p$  (в);  $d_p$  (г)) для экспериментальных ( $\square$ ) и расчетных ( $\blacksquare$ ) значений

Fig. 5. Curves of the dependence between cutting force  $P_{xy}$  and initial parameters ( $D$  (a);  $S_z$  (б);  $l_p$  (в);  $d_p$  (г)) for experimental ( $\square$ ) and calculated ( $\blacksquare$ ) values

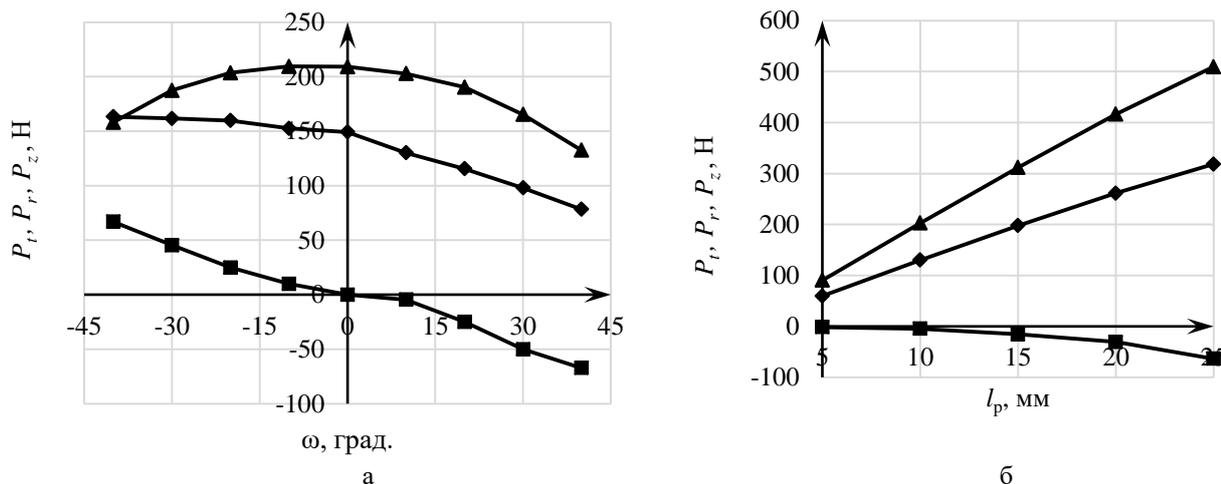


Рис. 6. Графики зависимостей касательной  $P_t$  ( $\blacktriangle$ ), радиальной  $P_r$  ( $\blacklozenge$ ) и осевой  $P_z$  ( $\blacksquare$ ) составляющих силы от угла наклона  $\omega$  (а) и длины рабочей части фрезы  $l_p$  (б)  
 Fig. 6. Curves of the dependence between tangential  $P_t$  ( $\blacktriangle$ ), radial  $P_r$  ( $\blacklozenge$ ) and axial  $P_z$  ( $\blacksquare$ ) components of force, and the angle of inclination  $\omega$  (a) and length of the operating part of the cutter  $l_p$  (b)

Номинальные значения составляющих резбозерезования в зависимости от длины рабочей части монотонно увеличиваются (рис. 6, б). Это полностью коррелирует с экспериментальными исследованиями и вызвано увеличением площади сечения срезаемого слоя из-за увеличения числа одновременно работающих профилей. Важность представленных зависимостей определена необходимостью повышения производительности резбозерезования с возможностью прогнозирования условий обработки, исключения повышенного отгиба, вибраций и интенсивности изнашивания инструмента.

### Заклучение

Разработанная теоретическая модель расчета силы резания при обработке внутренних метрических резьб гребенчатой фрезой подтверждена результатами экспериментального исследования и может быть использована для разработки общей модели по оценке конусности резьбы, равномерности резбозерезования и управления амплитудой составляющих силы при резбозерезовании для обеспечения заданной точности формообразования внутренних метрических резьб.

### Список источников

1. Сайкин С.А., Цветков Е.В., Толкачев А.В. Измерение силы резания и крутящего момента при резбозерезовании // Научные технологии в машиностроении. 2023. №1(139). С. 24-30. DOI: 10.30987/2223-4608-2023-1-24-30
2. Косарев В.А., Гречишников В.А., Косарев Д.В. Исследование силовых параметров при фрезеровании внутренних резьб с планетарным движением инструмента // СТИИ. 2009. №8. С. 19-22.
3. A model for thread milling cutting forces / A.C. Araujo, J.L. Silveira, M.B. Jun, S.G. Kapoor, and R.

- DeVor // International Journal of Machine Tools and Manufacture. 2006, vol. 46(15), pp. 2057-2065.
4. Мальков О.В., Головки И.М. Экспериментальное определение модели силы при резбозерезовании // Инновации в машиностроении: сборник трудов Международной молодежной конференции; Юргинский технологический институт. Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2012. С. 73-77.
5. Araujo A.C., Fromentin G., Poulachon G. Analytical and experimental investigations on thread milling forces in titanium alloy // International Journal of Machine Tools & Manufacture. 2013, vol. 67, pp. 28-34.
6. Волков Д.И., Сайкин С.А. Расчет силы резания при фрезеровании внутренней резьбы в жаропрочных сплавах // Вестник РГТА имени П.А. Соловьева. 2010. №1(16). С. 145-150.
7. Мальков О.В., Карельский А.С. Теоретический расчет составляющих силы резания при резбозерезовании // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова. 2023. Т. 21. №4. С. 46-57.
8. Мальков О.В., Головки И.М., Карельский А.С. Теоретический расчет параметров сечения срезаемого слоя при резбозерезовании // Известия вузов. Машиностроение. 2018. №10(703). С. 24-36.
9. Павлюченков И.А. Разработка системы проектирования резьбовых фрез с учетом обеспечения технологичности их изготовления: дис. ... канд. техн. наук. М., 2022.
10. Контрольно-измерительный диагностический стенд для экспериментальных исследований в технологии механической обработки / Древал А.Е., Васильев С.Г., Виноградов Д.В., Мальков О.В. // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2014. № 12. Режим доступа:

[https://www.elibrary.ru/download/elibrary\\_22794716\\_82712685.pdf](https://www.elibrary.ru/download/elibrary_22794716_82712685.pdf) (дата обращения 20.03.2024).

11. Карельский А.С. Повышение точности резьбофрезерования на основе снижения силового взаимодействия инструмента и заготовки: дис. ... канд. техн. наук. М., 2022.
12. Мальков О.В., Карельский А.С. Моделирование срезаемого слоя при резьбофрезеровании // Известия вузов. Машиностроение. 2017. №9. С. 54-64. DOI: 10.18698/0536-1044-2017-9-54-64

#### References

1. Saykin S.A., Tsvetkov E.V., Tolkachev A.V. Measurement of cutting force and torque during thread milling. *Naukoemkie tekhnologii v mashinostroyeni* [Science Intensive Technologies in Mechanical Engineering]. 2023;(1(139)):24-30. (In Russ.) DOI: 10.30987/2223-4608-2023-1-24-30
2. Kosarev V.A., Grechishnikov V.A., Kosarev D.V. Study on force parameters during milling of internal threads with planetary movement of the tool. *STIN* [Russian Engineering Research]. 2009;(8):19-22. (In Russ.)
3. Araujo A.C., Silveira J.L., Jun M.B., Kapoor S.G., DeVor R. A model for thread milling cutting forces. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*. 2006;46(15):2057-2065.
4. Malkov O.V., Golovko I.M. Experimental determination of the force model during thread milling. *Innovatsii v mashinostroyeni: sbornik trudov Mezhdunarodnoy molodezhnoy konferentsii; Yurginskiy tekhnologicheskii institut* [Innovations in Mechanical Engineering: Proceedings of the International Youth Conference]. Yurga Institute of Technology. Tomsk: Publishing House of Tomsk Polytechnic University, 2012, pp. 73-77. (In Russ.)
5. Araujo A.C., Fromentin G., Poulachon G. Analytical and experimental investigations on thread milling forces in titanium alloy. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. 2013;67:28-34.
6. Volkov D.I., Saykin S.A. Calculating cutting force when milling internal threads in heat-resistant alloys.

*Vestnik RGATA imeni P.A. Soloveva* [Vestnik of Solovev Rybinsk State Aviation Technical University]. 2010;(1(16)):145-150. (In Russ.)

7. Malkov O.V., Karelskiy A.S. Theoretical calculation of the components of thread milling cutting forces. *Vestnik Magnitogorskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. G.I. Nosova* [Vestnik of Nosov Magnitogorsk State Technical University]. 2023;21(4):44-55. (In Russ.)
8. Malkov O.V., Golovko I.M., Karelskiy A.S. Theoretical calculation of parameters of the cut layer cross section when thread milling. *Izvestiya vuzov. Mashinostroyeni* [News of Higher Educational Institutions. Mechanical Engineering]. 2018;(10(703)):24-36. (In Russ.)
9. Pavlyuchenkov I.A. *Razrabotka sistemy proektirovaniya rezbovykh frez s uchetom obespecheniya tekhnologichnosti ikh izgotovleniya: dis. ... kand. tekhn. nauk* [Development of a design system for threaded cutters, factoring into their manufacturability. PhD thesis]. Moscow, 2022.
10. Dreval A.E., Vasiliev S.G., Vinogradov D.V., Malkov O.V. An instrumentation diagnostic stand for experimental studies in machining technology. *Nauka i obrazovanie. MGTU im. N.E. Baumana* [Science and Education. Bauman Moscow State Technical University]. Available at: [https://www.elibrary.ru/download/elibrary\\_22794716\\_82712685.pdf](https://www.elibrary.ru/download/elibrary_22794716_82712685.pdf) (Accessed on March 20, 2024).
11. Karelskiy A.S. *Povyshenie tochnosti rezbofrezirovaniya na osnove snizheniya silovogo vzaimodeystviya instrumenta i zagotovki: dis. ... kand. tekhn. nauk* [Improving accuracy of thread milling by reducing the force interaction between the tool and the workpiece. PhD thesis]. Moscow, 2022.
12. Malkov O.V., Karelskiy A.S. Modeling of the cut layer during thread milling. *Izvestiya vuzov. Mashinostroyeni* [News of Higher Educational Institutions. Mechanical Engineering]. 2017;(9):54-64. (In Russ.) DOI: 10.18698/0536-1044-2017-9-54-64

Поступила 28.03.2024; принята к публикации 21.06.2024; опубликована 30.09.2024  
Submitted 28/03/2024; revised 21/06/2024; published 30/09/2024

**Мальков Олег Вячеславович** – кандидат технических наук, доцент,  
Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия.  
Email: malkov@bmstu.ru. ORCID 0000-0002-2373-4547

**Карельский Александр Сергеевич** – кандидат технических наук, доцент,  
Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия.  
Email: askarel@bmstu.ru. ORCID 0000-0002-8335-7579

**Oleg V. Malkov** – PhD (Eng.), Associate Professor,  
Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia.  
Email: malkov@bmstu.ru. ORCID 0000-0002-2373-4547

**Alexandr S. Karelskiy** – PhD (Eng.), Associate Professor,  
Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia.  
Email: askarel@bmstu.ru. ORCID 0000-0002-8335-7579