



ISSN 1995-2732 (Print), 2412-9003 (Online)  
УДК 62-1  
DOI: 10.18503/1995-2732-2024-22-3-101-112

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕКСТУРЫ ВОЛНИСТОСТИ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ТОКАРНОЙ ОБРАБОТКЕ ШКИВОВ

Генералова А.А., Никулин А.А., Бычков Д.С.

Пензенский государственный университет, Пенза, Россия

**Аннотация.** Постановка задачи (актуальность работы). Несмотря на явное негативное влияние параметра волнистости на эксплуатационные свойства деталей, существуют передачи, для которых волнистость имеет положительное влияние. К таким передачам можно отнести фрикционные, в частности ремённую передачу вариатора. Наличие дополнительных волн оказывает влияние на коэффициент трения, что снижает проскальзывание ремня при высоких моментах, а также позволяет управлять этим явлением путём структурирования пятен контактного взаимодействия. Предварительное моделирование и исследование эксплуатационных характеристик и свойств волнистых текстур позволит уменьшить материальные и временные затраты на проведение натуральных экспериментов. Однако в настоящее время в открытой научно-технической литературе не встречаются адекватные и детально проработанные аналитические подходы для моделирования текстуры волнистости поверхности. В этой связи разработка математических моделей и аналитических подходов для моделирования 3D-текстур волнистости является актуальной задачей. **Цель работы.** Разработать аналитический подход для моделирования трёхмерных текстур волнистой поверхности шкива бесступенчатой трансмиссии при чистовом точении на основе функционального геометрического описания режущей кромки инструмента. **Используемые методы.** В данной работе теоретические исследования выполнены с использованием основных положений технологии машиностроения и математического анализа. **Новизна.** Предложена математическая зависимость волнистости поверхности шкива клиноремённой трансмиссии в виде системы кусочных функций, которая описывает геометрию режущей кромки резца. Предложена математическая модель формирования волнистости в процессе точения при условии отсутствия колебаний, в которой смещение резца рассматривается исключительно с геометрической точки зрения, обусловленной динамикой подачи резца, геометрией резца и глубиной резания. **Результат.** Предложен алгоритм геометрического моделирования текстуры волнистости шкива для дальнейшей реализации как в автоматизированной среде, так и аналитических расчётах, и получены модели волнистости для некоторых параметров режущего инструмента. **Практическая значимость.** Исследование направлено на повышение качества обработки и создание на поверхности шкивов клиноремённой трансмиссии микропрофиля с необходимой текстурой, что позволит уменьшить время обработки путём снижения количества технологических операций.

**Ключевые слова:** текстура поверхности, точение, волнистость, шкив, резец, математическая модель

© Генералова А.А., Никулин А.А., Бычков Д.С., 2024

### Для цитирования

Генералова А.А., Никулин А.А., Бычков Д.С. Моделирование текстуры волнистости поверхности при токарной обработке шкивов // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова. 2024. Т. 22. №3. С. 101-112. <https://doi.org/10.18503/1995-2732-2024-22-3-101-112>



Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.  
The content is available under Creative Commons Attribution 4.0 License.

# MODELING THE TEXTURE OF A WAVY SURFACE DURING PULLEY TURNING

Generalova A.A., Nikulin A.A., Bychkov D.S.

Penza State University, Penza, Russia

**Abstract. Problem Statement (Relevance).** Despite the obvious negative effect of the waviness parameter on the performance properties of parts, there are transmissions, where waviness has a positive effect. Such transmissions include friction transmissions, in particular, the belt drive of the continuously variable transmission. Additional waves influence the coefficient of friction, reducing belt slippage at high torque, and also control this phenomenon by structuring contact interaction spots. Preliminary modeling and examination of the performance characteristics and properties of wavy textures will reduce the material and time costs for conducting field experiments. However, currently available open scientific and technical literature does not contain appropriate or detailed analytical approaches to modeling the texture of surface waviness. In this regard, it is currently relevant to develop mathematical models and analytical approaches for modeling 3D waviness textures. **Objectives.** The research is aimed at developing an analytical approach to model 3D textures of a continuously variable transmission pulley wavy surface during finish lathe turning, using a functional geometrical description of the tool cutting edge. **Methods Applied.** The paper contains theoretical studies conducted by applying main provisions of the mechanical engineering technology and a mathematical analysis. **Originality.** The paper proposes the mathematical dependence between waviness of the V-belt transmission pulley surface as a system of piecewise functions that describes geometry of the tool cutting edge. The paper proposes a mathematical model of waviness formation in the turning process provided that there are no fluctuations, when the displacement of the cutter is considered exclusively from a geometric point of view characterized by dynamics of the cutter feed, cutter geometry and cutting depth. **Result.** The paper presents a proposed algorithm of geometric modeling of the pulley waviness texture to be used both in automatically controlled environment and analytical calculations, and developed models of waviness for some parameters of the cutting tool. **Practical Relevance.** The research is aimed at improving the quality of machining and forming the microprofile with the required texture on the V-belt transmission surface to decrease the machining time by reducing the number of technological operations.

**Keywords:** surface texture, turning, waviness, pulley, cutter, mathematical model

## For citation

Generalova A.A., Nikulin A.A., Bychkov D.S. Modeling the Texture of a Wavy Surface During Pulley Turning. *Vestnik Magnitogorskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta im. G.I. Nosova* [Vestnik of Nosov Magnitogorsk State Technical University]. 2024, vol. 22, no. 3, pp. 101-112. <https://doi.org/10.18503/1995-2732-2024-22-3-101-112>

## Введение

Текстура поверхности, также известная как рельеф поверхности, – это природа поверхности, определяемая тремя характеристиками: слоистостью, шероховатостью поверхности и волнистостью. Текстура поверхности является одним из важных факторов, контролирующих трение. Каждый производственный процесс (например, многие виды механической обработки) создаёт текстуру поверхности. Выделяют следующие причины управления текстурой поверхности: увеличение срока службы компонентов, повышение сопротивления усталости, уменьшение износа при трении, уменьшение коррозии за счёт минимизации глубины неровностей [1, 2].

Шероховатость поверхности, часто сокращаемая до шероховатости, является компонентом текстуры поверхности. Она количественно определяется отклонением в направлении вектора нормали реальной поверхности от её идеальной формы [2-4]. Это вызвано неравномерностями в шероховатости поверхности. Если эти отклонения велики, поверхность шерохова-

тая, если они малы, поверхность гладкая. Шероховатость играет важную роль в определении того, как реальный объект будет взаимодействовать с окружающей средой. Шероховатая поверхность обычно изнашивается быстрее и имеет более высокие коэффициенты трения, чем гладкая. Шероховатость часто является хорошим показателем работоспособности механических компонентов, поскольку неровности поверхности могут образовывать очаги трещин или коррозии. Шероховатость также известна как первичная текстура.

Волнистость поверхности известна как вторичная текстура. Она возникает в результате таких факторов, как биение станка или заготовки, вибрации, дребезжание, термическая обработка или рабочие деформации [5-7]. Волнистость – это компонент шероховатости поверхности, на который накладывается шероховатость. Образование волнистости поверхности зависит от многих причин и далеко не так изучено, как образование микронеровностей. Этим параметром

геометрии поверхности не всегда удаётся управлять на практике [8-10].

В процессе точения заготовки возникают силы резания, которые вызывают упругую деформацию обрабатываемой системы, которая формируется станком, захватом, приспособлением и режущим инструментом (система СПИД) [11-13]. Значения деформации для отдельных элементов этой системы не являются постоянными, поскольку они зависят от применяемых параметров резания и других условий обработки, которые оказывают переменное воздействие на систему динамических сил. В результате переменных сил резания возникают вибрации обрабатываемой системы, которые существенно влияют на траекторию движения инструмента и деформацию заготовки. Вибрации в процессе обработки являются нежелательным явлением. Они приводят к ряду ошибок при изготовлении деталей.

Поскольку система СПИД динамична и пространственна, механические вибрации, генерируемые в этой системе, также пространственны. Компоненты колебаний в направлении, перпендикулярном обрабатываемой поверхности, существенно влияют на текстуру поверхности (шероховатость, волнистость и т.д.) [8-10, 14, 15], а компоненты, соответствующие направлению скорости резания, – на ошибки в продольном сечении, например конусность и отсутствие параллельности между внешней и внутренней поверхностями.

В данном исследовании предложен аналитический подход к формированию волнистости под воздействием работы резца (геометрических параметров и автоколебаний резца).

### Материалы и методы исследования

В качестве объекта исследования выбран автомобильный вариатор. Прежде всего вариатор является фрикционным механизмом, основным способом повышения эффективности его работы является изменение коэффициента трения в фрикционных парах. Одним из вариантов такой модернизации является создание регулярного микропрофиля на поверхности фрикционных шкивов, а именно волнистости [12, 16-18].

При обработке цилиндрических и конических деталей на токарном станке микропрофиль, образуемый на поверхности заготовки, представляет собой спираль. Спираль образуется за счёт перемещения инструмента и её шаг зависит от скорости вращения заготовки и подачи. Профиль спирали в продольном разрезе представляет собой гребешок, образованный заострённой частью резца. Геометрическими параметрами инструмента, влияющими на его формирование, являются главный и вспомогательный углы резца в плане, а также радиус заострения. На первом этапе главная и вспомогательная режущие кромки образуют гребень на заготовке. Далее при повороте детали на  $360^\circ$  инструмент перемещается за счёт подачи и срезаёт сегмент у предыдущего гребня

вспомогательной режущей кромкой. В результате углы гребней получаются равными углам в плане, а не равны углам наклона этих плоскостей. За счёт высокой подачи и частоты вращения такие остаточные гребни на поверхности заготовки могут пересекаться друг с другом, образуя волны, шаг которых зависит от значения подачи инструмента. Шкив вариатора представляет собой деталь сложной геометрической формы. Для токарной обработки ответственной поверхности применяется как продольная, так и поперечная подача, что говорит о необходимости детального рассмотрения формирования микрогеометрии (волнистости) поверхности [19, 20-24].

Колебания резца и заготовки происходят в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Одно из направлений совпадает с направлением подачи инструмента  $s$ , второе направление перпендикулярно поверхности резания, сонаправленное с тангенциальной осью разложения колебаний. Основным фактором, влияющим на микрогеометрию поверхности, является вектор направления и интенсивности относительных колебаний резца и заготовки.

Режущая часть резца состоит из двух рёбер резания, характеризующихся углами  $\alpha$  (главный угол в плане) и  $\beta$  (вспомогательный угол в плане), а также скругления между ними, характеризующегося величиной  $\rho$  (радиус скругления вершины резца).

В таком случае функцию геометрии резца можно представить в виде кусочной функции, состоящей из 3-х интервалов: двух лучей  $x$  и  $y$  и дуги окружности радиусом  $\rho$ . Уравнение окружности задаётся уравнением

$$\rho^2 = x^2 + y^2. \quad (1)$$

Отсюда следует

$$f(x) = \sqrt{\rho^2 - x^2}. \quad (2)$$

Это уравнение «верхней» полуокружности, окружность резца является «нижней» и смещена на  $\rho$  относительно начала координат. Интервал скругления справа ограничен величиной  $\rho \cdot \sin(\alpha)$  в силу того, что связан с углом наклона передней режущей кромки  $\alpha$ , а слева ограничен величиной  $-\rho \cdot \sin(\beta)$ , следовательно, уравнение луча справа задается уравнением

$$f(x) = x \cdot \operatorname{tg}(\alpha) + C, \quad \text{если } \rho \cdot \sin(\alpha) \leq x, \quad (3)$$

где величина  $C$  находится из следующего рассуждения:

$$C = \rho \cdot (1 - \cos(\alpha)) - \rho \cdot \sin(\alpha) \cdot \operatorname{tg}(\alpha). \quad (4)$$

Тогда уравнение луча имеет вид

$$f(x) = x \cdot \operatorname{tg}(\alpha) + \rho \cdot \left(1 - \frac{1}{\cos(\alpha)}\right), \quad \text{если } \rho \cdot \sin(\alpha) \leq x. \quad (5)$$

Уравнение второго луча выводится аналогично, с той лишь разницей, что он имеет иной наклон и поэтому имеет отрицательный знак:

$$f(x) = -x \cdot \operatorname{tg}(\beta) + \rho \cdot \left(1 - \frac{1}{\cos(\beta)}\right), \text{ если } x < -\rho \cdot \sin(\beta). \quad (5a)$$

Итоговое уравнение геометрии реза

$$f(x) = \begin{cases} -x \cdot \operatorname{tg}(\beta) + \rho \cdot \left(1 - \frac{1}{\cos(\beta)}\right), & \text{если } x < -\rho \cdot \sin(\beta) \\ \rho \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{x}{\rho}\right)^2}\right), & \text{если } -\rho \cdot \sin(\beta) \leq x < \rho \cdot \sin(\alpha) \\ x \cdot \operatorname{tg}(\alpha) + \rho \cdot \left(1 - \frac{1}{\cos(\alpha)}\right), & \text{если } \rho \cdot \sin(\alpha) \leq x \end{cases} \quad (6)$$

Результат работы уравнения (6) приведён на рис. 1. Построение кромки реза выполнено в системе автоматизированного моделирования MathCad 15.

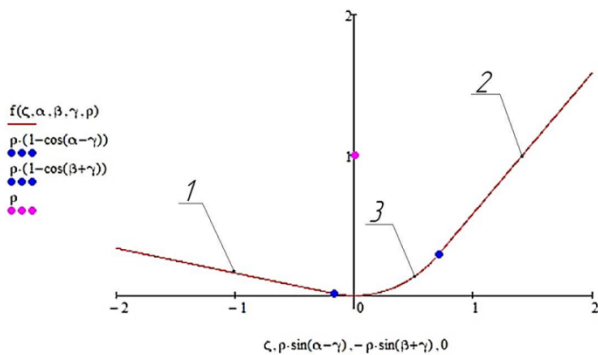


Рис. 1. Модель режущей кромки реза:

- 1 – вспомогательная режущая кромка ( $\beta = \frac{\pi}{10}$ );
- 2 – главная режущая кромка ( $\alpha = \frac{\pi}{4}$ );
- 3 – скругление режущей части ( $\rho = 1$ )

Fig. 1. A cutter cutting edge model: 1 is an auxiliary cutting

- edge ( $\beta = \frac{\pi}{10}$ ), 2 is a main cutting edge ( $\alpha = \frac{\pi}{4}$ ),
- 3 is rounding of the cutting part ( $\rho = 1$ )

Для удобства аналитической работы с функцией (6), описывающей геометрию реза, представляющей собой систему кусочных решений, предлагается записать формулу при помощи функции локализации на основе функции Хевисайда.

Как известно, функция Хевисайда  $\theta(x)$  выглядит следующим образом (7):

$$\theta(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases} \quad (7)$$

В качестве удобного приближенного выражения можно пользоваться следующим выражением:

$$\theta(x) = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + e^{-2k1x}}. \quad (7a)$$

Зададим обратную функцию Хевисайда  $\zeta(x)$  следующего вида:

$$\zeta(x) = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + e^{2k1x}}. \quad (7б)$$

Произведение этих функций со смещением аргумента позволяет выделить часть некоторой функции и гладко её совместить с другой функцией, это достигается благодаря такому свойству этих функций:

$$\theta(x) + \zeta(x) = 1, \quad \forall x \in \mathbb{R}. \quad (7в)$$

Окончательно получаем запись кусочной функции, описывающей геометрию реза с использованием функций Хевисайда:

$$f(x) = \left(-x \cdot \operatorname{tg}(\beta) + \rho \cdot \left(1 - \frac{1}{\cos(\beta)}\right)\right) \cdot \zeta(x + \rho \cdot \sin(\beta)) + \rho \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{x}{\rho}\right)^2}\right) \cdot \theta(x + \rho \cdot \sin(\beta)) \cdot \zeta(x - \rho \cdot \sin(\alpha)) + \left(x \cdot \operatorname{tg}(\alpha) + \rho \cdot \left(1 - \frac{1}{\cos(\alpha)}\right)\right) \cdot \theta(x - \rho \cdot \sin(\alpha)). \quad (8)$$

Такая форма записи позволяет гладко масштабировать решение и работать с этой формой как с непрерывной кривой, в отличие от задания функции геометрии реза в виде обычной кусочной функции. Более того, при должном подборе коэффициентов, удовлетворяющих поставленной задаче, можно добиться существенного сокращения записи, проделав все алгебраические операции по упрощению, что в современном мире можно возложить на аналитические системы математических пакетов программ имеющих в своём составе средства символьной обработки формул, в частности это такие инструменты, как MatchCad, Maple, Wolfram Mathematica или их аналоги в виде библиотек для символьной алгебры, например для языка Python.

### Аналитический подход к моделированию волнистой текстуры

Рассмотрим волнистость в отсутствие относительных колебаний реза и обрабатываемой заготовки. Смещение реза в таком случае носит чисто геометрический характер, обусловленный динамикой подачи реза, геометрией реза и глубиной резания (рис. 2).

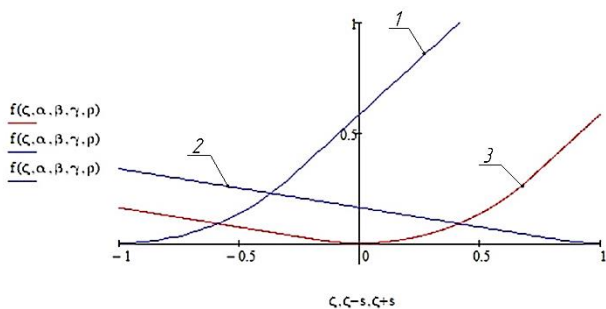


Рис. 2. Формирование волнистости в процессе резания при смещении реза: 1 – предыдущее положение режущей кромки реза; 2 – следующее положение вспомогательной кромки реза; 3 – текущее положение кромки реза

Fig. 2. Waviness formed during the cutting process when the cutter is displaced: 1 is a previous position of the cutting edge of the cutter, 2 is a next position of the auxiliary edge of the cutter, 3 is a current position of the cutter edge

Фактически получение профиля подобной волнистости (остаточного сечения среза) сводится к получению точки пересечения двух кривых:

– кривая, описывающая главную режущую кромку  $f_{SCEA}(x)$  (side cutting – edge angle):

$$f_{SCEA}(x) = \begin{cases} \rho \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \left( \frac{x}{\rho} \right)^2} \right), & \text{если } 0 \leq x < \rho \cdot \sin(\alpha) \\ x \cdot \operatorname{tg}(\alpha) + \rho \cdot \left( 1 - \frac{1}{\cos(\alpha)} \right), & \text{если } \rho \cdot \sin(\alpha) \leq x \end{cases} \quad (9)$$

– кривая, описывающая вспомогательную режущую кромку (смещённую на величину подачи  $s$ )  $f_{ECEA}(x)$  (end cutting – adge angl $\vartheta$ ):

$$f_{ECEA}(x) = \begin{cases} -x \cdot \operatorname{tg}(\beta) + \rho \cdot \left( 1 - \frac{1}{\cos(\beta)} \right), & \text{если } x < -\rho \cdot \sin(\beta) \\ \rho \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \left( \frac{x}{\rho} \right)^2} \right), & \text{если } -\rho \cdot \sin(\beta) \leq x < 0 \end{cases} \quad (9a)$$

То есть алгебраически это эквивалентно решению следующего уравнения:

$$f_{SCEA}(x) = f_{ECEA}(x - s), \quad (9б)$$

схема пересечения изображена на рис. 3.

Учитывая тот факт, что функции  $f_{SCEA}(x)$  и  $f_{ECEA}(x)$  являются кусочными, необходимо проверить 4 условия для нахождения точки пересечения каждого из 2-х участков одной функции с каждым из 2-х участков другой функции:

– пересечение двух скруглений  $point_{cc}$ ;

- пересечение скругления с прямой  $point_{cp}$ ;
- пересечение прямой со скруглением  $point_{pc}$ ;
- пересечение двух прямых  $point_{pp}$ .

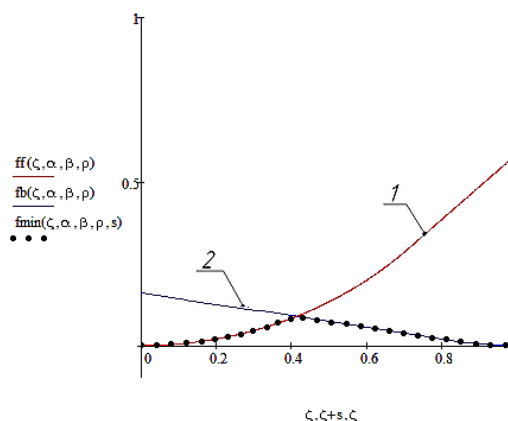


Рис. 3. Геометрическая модель формирования волны: 1 – след главной режущей кромки; 2 – след вспомогательной режущей кромки; ••• – профиль итоговой волнистости

Fig. 3. A geometric model of wave formation: 1 is a trace of the main cutting edge; 2 is a trace of the auxiliary cutting edge, ••• is a profile of final waviness

**Пересечение двух скруглений**, очевидно, возможно лишь в случае, когда минимальная из длин проекций этих скруглений на ось  $x$  больше или равна половине величины подачи режущего инструмента  $s$ .

Тогда, в силу того, что скругления образованы одной окружностью и достаточно велики, они пересекаются ровно на половине расстояния между ними, следовательно, точка пересечения двух скруглений  $point_{cc}$  определяется как

$$point_{cc} = \begin{pmatrix} \frac{s}{2} \\ \rho - \rho \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{s}{2 \cdot \rho} \right)^2} \end{pmatrix}, \quad (10)$$

если  $\min(\sin(\alpha), \sin(\beta)) \geq \frac{s}{2 \cdot \rho}$ .

Схема пересечения изображена на рис. 4.

**Пересечение скругления с прямой** происходит в случае, если одна из проекций меньше половины подачи  $\sin(\alpha) < \frac{s}{2 \cdot \rho}$ , а вторая достаточно велика, чтобы касательная в точке окончания меньшего скругления могла пересечь большее скругление (рис. 5).

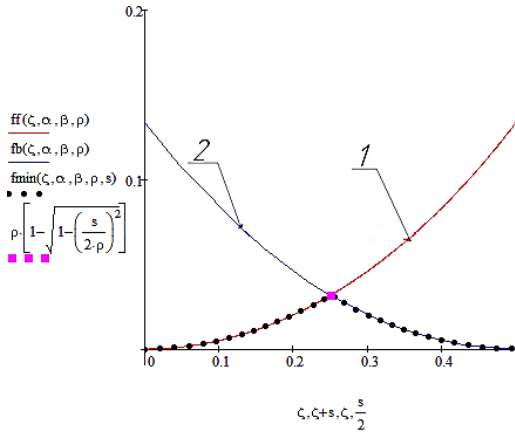


Рис. 4. Геометрическая модель формирования волны при пересечении двух скруглений: 1 – след главной режущей кромки; 2 – след вспомогательной режущей кромки; ••• – профиль итоговой волнистости; ■ – точка пересечения поверхностей резания

Fig. 4. A geometric model of wave formation at the intersection of two fillets: 1 is a trace of the main cutting edge; 2 is a trace of the auxiliary cutting edge, ••• is a profile of final waviness, ■ is a point of intersection of the cutting surfaces

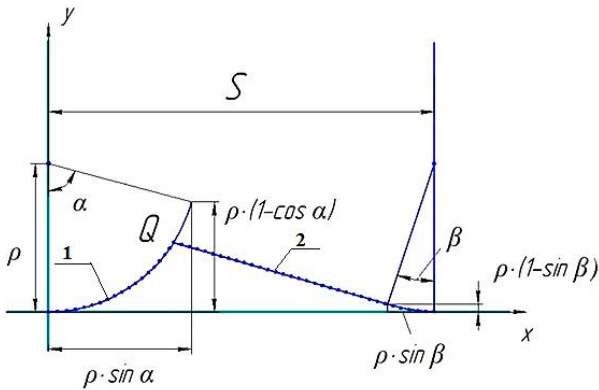


Рис. 5. Геометрическая модель формирования волны при пересечении скругления с прямой: 1 – след главной режущей кромки; 2 – след вспомогательной режущей кромки; s – величина подачи; ••• – профиль итоговой волнистости; ρ – радиус скругления вершины резца; α – угол наклона главной режущей кромки; β – угол наклона вспомогательной режущей кромки

Fig. 5. A geometric model of wave formation at the intersection of a rounding with a straight line: 1 is a trace of the main cutting edge; 2 is a trace of the auxiliary cutting edge, s is a feed value, ••• is a profile of final waviness, ρ is a radius of rounding of the tip of the cutter, α is an angle of inclination of the main cutting edge, β is an angle of inclination of the auxiliary cutting edge

Условие пересечения скругления с кусочной кривой выглядит следующим образом:

$$f_{ECEA}(s - \rho \cdot \sin(\alpha)) \leq \rho \cdot (1 - \cos(\alpha)). \quad (11)$$

В результате подстановки и тригонометрических вычислений получаем функцию, описывающую пересечение скругления с прямой:

$$\gamma = 2 \cdot \text{tg}^{-1} \left( \frac{\pm \sqrt{2 \cdot s \cdot \rho \cdot \sin(\beta) - s^2 \cdot \sin^2(\beta) - \rho \cdot \sin(\beta)}}{\rho \cdot \cos(\beta) - s \cdot \sin(\beta) + \rho} \right);$$

$$\text{point}_{cp} = \left( \begin{matrix} \rho \cdot \sin(\gamma) \\ \rho(1 - \cos(\gamma)) \end{matrix} \right), \text{ if } \frac{1 + \frac{s}{\rho} \cdot \sin(\beta) - \sin(\beta) \cdot \sin(\alpha)}{\cos(\beta) \cdot \cos(\alpha)} \geq 1. \quad (11a)$$

**Пересечение прямой со скруглением** аналогично случаю пересечения скругления с прямой и происходит в случае, если одна из проекций меньше половины подачи  $\sin(\beta) < \frac{s}{2 \cdot \rho}$ , а вторая достаточно велика,

чтобы касательная в точке окончания меньшего скругления могла пересечь большее скругление, то есть условие выглядит следующим образом:

$$f_{SCEA}(s - \rho \cdot \sin(\beta)) \leq \rho \cdot (1 - \cos(\beta)). \quad (12)$$

Аналогично имеем

$$x \cdot \text{tg} + \rho \cdot \left( 1 - \frac{1}{\cos(\alpha)} \right) \leq \rho \cdot (1 - \cos(\beta)), \quad (12a)$$

$$\frac{1 - \frac{s}{\rho} \sin(\alpha) + \sin(\beta) \sin(\alpha)}{\cos(\alpha) \cos(\beta)} \geq 1. \quad (12b)$$

Пересечение окружности с прямой эквивалентно решению следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} x_\gamma + \rho \cdot \sin(\gamma) = s, \\ x_\gamma \cdot \text{tg}(\alpha) + \rho \cdot \left( 1 - \frac{1}{\cos(\alpha)} \right) = \rho \cdot (1 - \cos(\gamma)). \end{cases} \quad (12b)$$

В результате тригонометрических вычислений получаем функцию, описывающую пересечение прямой со скруглением:

$$\gamma = 2 \cdot \text{tg}^{-1} \left( \frac{\pm \sqrt{2 \cdot s \cdot \rho \cdot \sin(\alpha) - s^2 \cdot \sin^2(\alpha) - \rho \cdot \sin(\alpha)}}{\rho \cdot \cos(\alpha) - s \cdot \sin(\alpha) + \rho} \right);$$

$$\text{point}_{pc} = \left( \begin{matrix} s - \rho \cdot \sin(\gamma) \\ \rho(1 - \cos(\gamma)) \end{matrix} \right), \text{ if } \frac{1 - \frac{s}{\rho} \sin(\alpha) + \sin(\beta) \sin(\alpha)}{\cos(\alpha) \cos(\beta)} \geq 1. \quad (12g)$$

**Пересечение двух прямых** происходит во всех остальных случаях и эквивалентно решению уравнения

$$x \cdot \tan(\alpha) + \rho \cdot \left(1 - \frac{1}{\cos(\alpha)}\right) = (s - x) \cdot \tan(\beta) + \rho \cdot \left(1 - \frac{1}{\cos(\beta)}\right), \quad (13)$$

выражая из которого  $x$ , получаем

$$x = \frac{s \cdot \tan(\beta) - \frac{\rho}{\cos(\beta)} + \frac{\rho}{\cos(\alpha)}}{\tan(\alpha) + \tan(\beta)}. \quad (13a)$$

В таком случае точка пересечения расположена по следующим координатам:

$$\text{point}_{pp} = \left( \begin{array}{c} x \\ x \cdot \tan(\alpha) + \rho \cdot \left(1 - \frac{1}{\cos(\alpha)}\right) \end{array} \right). \quad (13b)$$

Схема пересечения двух прямых приведена на рис. 6.

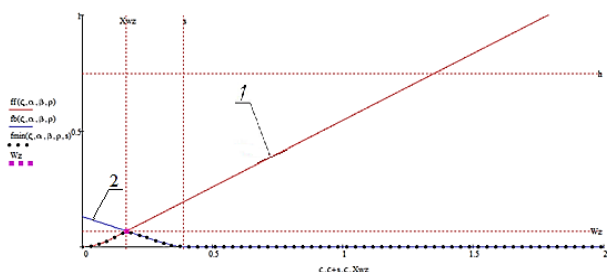


Рис. 6. Геометрическая модель формирования волны при пересечении двух прямых (на участке от 0 до  $s$ ): 1 – след главной режущей кромки; 2 – след вспомогательной режущей кромки; ●●● – профиль итоговой волнистости; ■ – точка пересечения поверхностей резания

Fig. 6. A geometric model of wave formation at the intersection of two straight lines (in an area from 0 to  $s$ ): 1 is a trace of the main cutting edge; 2 is a trace of the auxiliary cutting edge, ●●● is a profile of final waviness, ■ is a point of intersection of the cutting surfaces

Применение формулы 13.2 многократно даёт возможность получить форму геометрической волнистости поверхности в виде волнограммы, рассчитанную на произвольном участке и зависящую от: углов наклона режущих кромок (углы  $\alpha$  и  $\beta$ ), угла наклона резца в плане, радиуса скругления вершины резца  $\rho$ , величины подачи  $s$ .

Предложенное аналитическое описание геометрии резца позволяет перейти к моделированию структуры формируемой поверхности. Такое структурирование позволит изучать эксплуатационные показатели поверхности, контактное взаимодействие, автоматизировать и оптимизировать процесс обработки [25-27].

Полученные результаты и их обсуждение

В данном исследовании подробно описывается построение модели структуры волнистости поверхности. Расчёт моделирования производился путём аппроксимации квадратной решёткой спиралевидной траектории резца, дискретизированной равными интервалами времени, в каждом из которых вычислялось абсолютное смещение резца и относительные смещения колебаний в радиальной плоскости, индуцированной локальным базисом, состоящим из вектора оси вращения шкива и циркулярно-изменяющегося вектора направления подачи. Процедура геометрического моделирования обработки металла резанием в среде MathCad 15 показана на рис. 7.

```

Model(Img, Scale, Shift, Φ, T, K, dt) :=
a ← rows(Img)
b ← cols(Img)
for t ∈ 0, dt.. T
    φ ← mod(φ0 + ω · t, 2π)
    if φ1 < if(φ < π, φ, 2π - φ) ≤ φ0
        S ← A · sin(χ · t) · sin(γ)
        l ← R - s · ω · t + S
        break if l < r
        for k ∈ -K..K
            if R > (1 + k · dl) ≥ r
                y ← (1 + k · dl) · sin(φ)
                x ← (1 + k · dl) · cos(φ)
                i ← ceil(y · Scale) + Shift1
                j ← ceil(x · Scale) + Shift0
                if (a > i ≥ 0) ∧ (b > j ≥ 0)
                    Q ← A · sin(χ · t) · cos(γ) + f(-k · dl, α, β, γ, ρ) - h1
                    Img[i, j] ← Q if Q < Img[i, j]
    end for
end for

```

Рис. 7. Процедура геометрического моделирования волнистости в автоматизированной среде MathCad 15

Fig. 7. The procedure for geometric modeling of waviness in MathCad 15 automated environment

Модель резания  $Model(Img, Scale, Shift, \Phi, T, K, dt)$  производит геометрическое моделирование обработки поверхности металла резцом под действием колебаний. Программа выводит результат моделирования на изображении  $Img$  с масштабом  $Scale$ , смещением  $Shift$ , а также с ограничением по углам моделирования  $\Phi$ , максимальным временем моделирования  $T$ , качеством моделирования резца (количеством точек на резце)  $K$  и дискретностью времени  $dt$ .

Программа стартует с предварительного определения размера входного изображения встроенными функциями  $rows(M)$  – возвращающей количество строк матрицы  $M$  и  $cols(M)$  – возвращающей количество столбцов матрицы  $M$ :  $a \leftarrow rows(Img)$  и  $b \leftarrow cols(Img)$ . Далее в цикле перебирается время  $t$ , от 0 до  $T$  через  $dt$ .

При этом угол  $\phi$  вычисляется по следующей формуле:

$$\phi = \phi_0 + \omega \cdot t \quad \text{mod}(2\pi), \quad (14)$$

где  $\varphi$  – угол положения резца на шкиве в момент времени  $t$ , рад;  $\varphi_0$  – начальный угол положения резца на шкиве, рад;  $\omega$  – угловая скорость вращения шкива, рад/с;  $t$  – время, с.

Важно отметить, что угол вычисляется по модулю  $2\pi$ , то есть в пределах одной окружности. Если текущий угол лежит в диапазоне интересующих углов  $\Phi_1 < if(\varphi < \pi, \varphi, 2\pi - \varphi) \leq \Phi_0$ , где  $if(a, b, c)$  – тернарный оператор сравнения, то производится симуляция резания по алгоритму, описанному ниже.

1. Шаг первый. Вычисляется величина динамического изменения подачи  $S$ , связанная с геометрическими особенностями позиционирования резца относительно нормали к поверхности обработки, по формуле

$$S = A \cdot \sin(\chi \cdot t) \cdot \sin(\gamma), \quad (15)$$

где  $A$  – амплитуда относительных колебаний резца и шкива, мм;  $\chi$  – частота относительных колебаний резца и шкива вдоль резца, Гц;  $\gamma$  – угол наклона резца к поверхности резания, рад.

Формула (15) позволяет вычислить проекцию смещения резца под действием колебаний с определённой амплитудой и частотой на поверхность резания (образующую шкива) под углом  $\gamma$ . Ортогональная проекция суммарного смещения резца в каждый момент времени под действием колебаний вычисляется чуть дальше по ходу вычислений с целью оптимизации расчётов.

2. Шаг второй. Вычисляется смещение  $l$  резца вдоль образующей по формуле

$$l = R - s \cdot \omega \cdot t + S, \quad (16)$$

где  $l$  – смещение резца вдоль образующей от оси вращения шкива, мм;  $R$  – внешний радиус шкива, мм;  $s$  – подача резца, мм/об;  $\omega$  – угловая скорость вращения шкива, об/с;  $t$  – время, с;  $S$  – динамическое изменение подачи, обусловленное геометрией позиционирования резца и колебаниями, мм.

3. Шаг третий. Если текущее смещение резца вышло за пределы шкива (внутреннего радиуса  $r$ ), то моделирование останавливается. В противном случае моделирование продолжается. В силу того, что моделируется вырезание металла резцом, аналитическое представление резца разбивается на сегменты размером  $dl$  в количестве  $K$  штук ( $K$  штук в каждую сторону, так что получается  $2K - 1$  точек по длине всего резца) и в цикле вычисляется высота каждой точки  $k$  над поверхностью обработки, направление резания ортогонально плоскости изображения, подача  $s$  осуществляется вдоль  $l$  в противоположном направлении.

Текущая точка резца  $k$ , смещённого на величину  $l$ , определяется в соответствии с условием

$$R > l + k \cdot dl \geq r. \quad (17)$$

Если текущая расчётная точка  $k$  находится внутри области диска, то положение  $(x, y)$  этой точки вычисляется в декартовых координатах:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = (l + k \cdot dl) \begin{pmatrix} \cos(\varphi) \\ \sin(\varphi) \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Далее положение (18) преобразуется в индексы  $(i, j)$  элемента матрицы (изображение  $Img$ ), пользуясь встроенной функцией  $\text{ceil}(x)$ , округляющей  $x$  до ближайшего большего целого числа:

$$\begin{pmatrix} j \\ i \end{pmatrix} = \text{ceil} \left( \text{Scale} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \right) + \text{Shift}.$$

Если полученные индексы не выходят за пределы изображения  $(a > i \geq 0) \wedge (b > j \geq 0)$ , вычисляется главная величина  $Q$  – глубина положения точки  $k$  резца под обрабатываемой поверхностью по следующей формуле:

$$Q = A \cdot \sin(\chi \cdot t) \cos(\gamma) + f(-k \cdot dl, \alpha, \beta, \gamma, \rho) - h1, \quad (19)$$

где  $h1$  – глубина резания, мм.

В формуле (19) первое слагаемое отвечает за относительные колебания резца и заготовки, второе слагаемое отвечает за форму смещённого резца и третье слагаемое – это величина заглубления резца (глубина резания). Стоит отметить, что здесь в качестве координаты на резце применяется величина  $-k \cdot dl$ . Это связано с тем, что величина  $l$  отсчитывается от оси вращения шкива (в полярных координатах) наружу, а подача осуществляется с внешней части диска – периферии – внутрь, что означает движение к центру, то есть против отсчёта величины  $l$ , следовательно, режущая кромка, направленная в сторону центральной части, главная режущая кромка должна отсчитываться с отрицательным знаком, то есть направленной против направления отсчёта величины  $l$  (так как главная режущая кромка, снимая металл, уменьшает эту величину, двигаясь от периферии к центру).

Если вычисленная глубина  $Q$  в ячейке с индексами  $(i, j)$  оказалась меньше, чем величина, записанная в ней в текущий момент, это значит, что из этой ячейки был вырезан металл и ячейка обновляется – в неё записывается новая глубина:

$$Img_{i,j} \leftarrow Q, \text{ если } Q < Img_{i,j}.$$

Так, шаг за шагом для каждого момента времени, каждого положения резца и каждой его точки (сегмента) обновляется глубина врезания в поверхность обработки, оставляя минимальную после всех проходов резца.



В результате получаем поверхность, обработанную резцом, движущимся под действием подачи и колебаний (рис. 8) на ограниченном участке со следующими характеристиками: масштабный фактор

$$Scale = 8, \text{ смещения по индексам } Shift = \begin{pmatrix} -350 \\ 200 \end{pmatrix},$$

ограничения по углам  $\Phi = \begin{pmatrix} \pi/10 \\ -\pi/10 \end{pmatrix}$ , максимальное

время  $T = 600$  с, количество точек на резце  $K = 40$  (с дискретностью  $dl = 0,05$  мм), дискретность времени моделирования  $dt = 0,00005$  с, обработка шкива с частотой относительных колебаний  $\chi = 5,5$  Гц. Здесь тёмные области самые глубокие, а светлые – самые высокие, такая карта высот может при необходимости быть легко переведена в 3D-график.

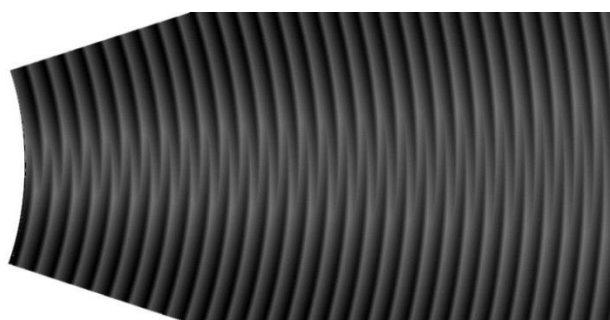


Рис. 8. Пример результата работы программы моделирования для «холста» 800×400

Fig. 8. An example of the result of the modeling program for the “canvas” of 800×400

Также программа позволяет вычислить общий вид обработанного шкива путём подбора соответствующего масштаба для того, чтобы весь шкив мог быть изображён на передаваемом в программу «холсте», размер которого задаётся пользователем исходя из предоставляемых ему вычислительных мощностей и времени расчёта.

Разработанный алгоритм моделирования структуры волнистости поверхности может быть рассмотрен как основа для моделирования и построения множества трёхмерных текстур поверхности, обладающих, прежде всего, волнистостью. Принятые допущения не оказывают существенного влияния на достоверность моделируемой структуры.

### Заключение

Таким образом, в данной статье предложен аналитический подход для моделирования режущей кромки резца. В рамках предложенного подхода получена математическая зависимость в виде системы кусочных решений, также получена запись кусочной функции, описывающей геометрию резца с использованием функций Хевисайда, придающей кусочной функции непрерывный вид. Предложена математическая модель формирования волнистости в процессе резания в отсутствие колебаний, в которой смещение

резца рассматривается исключительно с геометрической точки зрения, обусловленной динамикой подачи резца, частотами колебаний резца и вращения заготовки, геометрией резца и глубиной резания. В рамках предложенной математической модели рассмотрены четыре условия определения точки пересечения элементов следа резца: пересечение двух скруглений, пересечение скругления с прямой, пересечение прямой со скруглением, пересечение двух прямых. Предложен алгоритм геометрического моделирования волнистости и программа на его основе в автоматизированной среде и получены карты высот текстуры волнистости для конических шкивов при некоторых параметрах.

### Список источников

1. Суслов А.Г. Качество поверхностного слоя деталей машин. М.: Машиностроение, 2000. 320 с.
2. Абрамов А.Д., Носов Н.В., Ладягин Р.В. Разработка методики построения трехмерного изображения структуры поверхности деталей по их профилограммам // iPolytech Journal. 2023. Т. 27. №2. С. 230-240.
3. Демкин Н.Б., Измайлов В.В. Зависимость эксплуатационных свойств фрикционного контакта от микрогеометрии контактирующих поверхностей // Трение и износ. 2010. Т. 31. №1. С. 68-77.
4. Рачишкин А.А., Сутягин О.В., Болотов А.Н. Компьютерное моделирование структуры технических поверхностей на микроуровне // Программные продукты и системы. 2018. №4. С. 829-832. DOI: 10.15827/0236-235X.031.4.829-832
5. Multi scale modal decomposition of primary form, waviness and roughness of surfaces / Goic GL, Favrelière H, Samper S, Formosa F. // Scanning. 2011, vol. 33, pp. 332-41. DOI: 10.1002/sca.20253
6. Dynamic characterization of machining systems / Zapciu M. et al. // International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2011, no. 57, pp. 73-83. DOI: 10.1007/s00170-011-3277-7
7. Соколовский А.П. Жесткость в технологии машиностроения. М.; Л.: Изд. и 1-я тип. Машгиза в Лгр., 1946. 207 с.
8. Лоповок Т.С. Волнистость поверхности и ее измерение. М.: Изд-во стандартов, 1973. 184 с.
9. Витвинов М.К. Технологическое наследование волнистости на операциях механической обработки на примере фрезерования и плоского шлифования: дис. ... канд. техн. наук: 05.02.07. Новосибирск, 2015.
10. Белов Е.Б. Уменьшение волнистости поверхности при точении за счет прогнозирования и снижения уровня автоколебаний: дис. ... канд. техн. наук: 05.02.07. Севастополь, 2017.
11. Кедров С.С. Колебания металлорежущих станков. М.: Машиностроение, 1978. 199 с.
12. Генералова А.А., Зверовщиков А.Е., Никулин А.А. Влияние автоколебаний в процессе токарной обработки на формирование волнистости шкивов автомобильных вариаторов // Известия высших

- учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. 2022. №4. С. 108-121. DOI: 10.21685/2072-3059-2022-4-9
13. Displacements Analysis of Self-Excited Vibrations in Turning / Bisu C.D. et al. // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2009, vol. 44, no. 1-2, pp. 1-16.
  14. Experimental Investigation of Tool Lifespan Evolution During Turning Operation Based on the New Spectral Indicator  $OL_{mod}$ . / Babouri M.K., Ouelaa N., Djamaa M.C. et al. // J. Vib. Eng. Technol. 2024, no. 12, pp. 5455–5473. <https://doi.org/10.1007/s42417-023-01175-1>
  15. Шелковой А.Н., Мироненко Е.В., Ключко А.А. Критерии формирования структур и параметров систем обработки, обеспечивающих заданные эксплуатационные свойства закаленных крупномодульных зубчатых колес // Сучасні технології в машинобудуванні. 2013. №8. С. 185-200.
  16. Research on Improvement of Transmission Efficiency by Improving Friction Coefficient Between Elements and Pulleys of a Belt CVT / Yamazaki M., Kato Y., Nakahara T., Ichihashi T. // Review of automotive engineering. 2008, vol. 29, pp. 485-492.
  17. Yagyaev E., Shron L., Meniuk D. Increasing the operational reliability of car variators due to creating regular surface microrelief by laser ablation // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 2020, vol. 889, 012007.
  18. Generalova A., Zverovshchikov A., Nikulin A. Surface undulation parameters of continuously variable transmission friction during turning // Journal of King Saud University – Engineering Sciences. 2022. <https://doi.org/10.1016/j.jksues.2022.06.001>.
  19. Generalova A.A., Nikulin A.A. Increasing the Vehicle's Dynamic Performance by Developing a Continuously Variable Transmission // Journal of Engineering and Applied Sciences. 2019, vol. 14, no. 18, pp. 6866-6875.
  20. Zverovshchikov A.E., Generalova A.A., Nikulin A.A. Ensuring the performance characteristics of a friction V-belt variator // Journal of Physics: Conference Series. 2020, vol. 16979, 042079.
  21. Генералова А.А., Никулин А.А. Разработка процесса изготовления шкива бесступенчатой трансмиссии легкового автомобиля // Наука и бизнес: Пути развития. 2019. №1. С. 21-26.
  22. Генералова А.А., Зверовщиков А.Е., Никулин А.А. Исследование влияния микропрофиля фрикционных элементов вариатора на коэффициент трения в зоне контакта и коэффициент полезного действия передачи // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. 2023. №3. С. 154-172. DOI: 10.21685/2072-3059-2023-3-12
  23. Генералова А.А., Никулин А.А., Бычков Д.С. Аналитическое исследование характеристик стойкости инструмента и автоколебаний при токарной обработке шкивов // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова. 2024. Т. 22. №1. С. 61-75. <https://doi.org/10.18503/1995-2732-2024-22-1-61-75>
  24. Исследование плазменно-дуговой резки низколегированной стали 09Г2С / Михайлицин С.В., Шекшеев М.А., Аюбашев О.М., Стебляно В.Л., Федосеев С.А. // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова. 2017. Т. 15. №2. С. 48-53. <https://doi.org/10.18503/1995-2732-2017-15-2-48-53>
  25. Тихомиров В.П., Измеров М.А. Влияние волнистости и шероховатости поверхности на нормальную контактную жесткость плоского стыка // Вестник Брянского государственного технического университета. 2019. №12. С. 4-12. DOI: 10.30987/1999-8775-2019-2019-12-4-12
  26. Уменьшение теплового сопротивления между корпусом силового полупроводникового прибора и его радиатором / Тихомиров В.П., Воробьев В.И., Измеров М.А., Стрекалов Н.Н., Пугачев А.А. // Вестник Брянского государственного технического университета. 2017. №2. С. 104-113. DOI: 10.12737/article\_59353e29a48eb2.21116479 (дата обращения: 31.05.2023).
  27. Мирошниченко И.В. Формирование математической модели волнистости по результатам вычисления шероховатости протяженных изделий // Технологический аудит и резервы производства. 2014. Т. 2. №1(16). С. 11-15.

#### References

1. Suslov A.G. *Kachestvo poverkhnostnogo sloya detaley mashin* [The quality of the surface layer of machine parts]. Moscow: Mashinostroenie, 2000, 320 p. (In Russ.)
2. Abramov A.D., Nosov N.V., Ladyagin R.V. Development of a method for constructing a 3D image of the surface structure of parts based on their profilograms. *iPolytech Journal*. 2023;27(2):230-240. (In Russ.) <https://doi.org/10.21285/1814-3520-2023-2-230-240>
3. Demkin N.B., Izmaylov V.V. The relation between the friction contact performance and microgeometry of contacting surfaces. *Trenie i iznos* [Friction and Wear]. 2010;31(1):68-77. (In Russ.)
4. Rachishkin A.A., Sutyagin O.V., Bolotov A.N. Computer simulation of engineering surface structure at the micro-level. *Programmnye produkty i sistemy* [Software & Systems]. 2018;(4):829-832. (In Russ.) DOI: 10.15827/0236-235X.031.4.829-832
5. Goic G.L., Favrelière H., Samper S., Formosa F. Multi scale modal decomposition of primary form, waviness and roughness of surfaces. *Scanning*. 2011;33:332–41. DOI:10.1002/sca.20253
6. Zapciu M. et al. Dynamic characterization of machining systems. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2011;(57):73-83. DOI: 10.1007/s00170-011-3277-7

7. Sokolovskii A.P. *Zhestkost v tekhnologii mashinostroeniya* [Rigidity in mechanical engineering technology]. Moscow, Leningrad: Mashgiz Printing House 1 in Leningrad, 1946, 207 p. (In Russ.)
8. Lopovok T.S. *Volnistost poverkhnosti i ee izmerenie* [Surface waviness and its measurement]. Moscow: Publishing House of Standards, 1973, 184 p. (In Russ.)
9. Vitvinov M.K. *Tekhnologicheskoe nasledovanie volnistosti na operatsiyakh mekhanicheskoy obrabotki na primere frezerovaniya i ploskogo shlifovaniya: dis. ... kand. tekhn. nauk* [Technological inheritance of waviness in machining operations using the example of milling and surface grinding. PhD (Eng.) thesis]. Novosibirsk, 2015.
10. Belov E.B. *Umenshenie volnistosti poverkhnosti pri tochenii za schet prognozirovaniya i snizheniya urovnya avtokolebaniy: dis. ... kand. tekhn. nauk* [Reducing surface waviness during lathe turning by predicting and reducing self-oscillations. PhD (Eng.) thesis]. Sevastopol, 2017.
11. Kedrov S.S. *Kolebaniya metallorezhushchikh stankov* [Vibrations of metal-cutting machines]. Moscow: Mashinostroenie, 1978, 199 p. (In Russ.)
12. Generalova A.A., Zverovshchikov A.E., Nikulin A.A. The influence of self-oscillations in the turning process on the formation of waviness of pulleys of automobile variators. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Tekhnicheskie nauki* [News of Higher Educational Institutions. Volga Region. Technical Sciences]. 2022;(4):108-121. DOI: 10.21685/2072-3059-2022-4-9 (In Russ.)
13. Bisu C.D. et al. Displacements analysis of self-excited vibrations in turning. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2009;44(1-2):1-16.
14. Babouri M.K., Ouelaa N., Djamaa M.C. et al. Experimental Investigation of Tool Lifespan Evolution During Turning Operation Based on the New Spectral Indicator  $OL_{mod}$ . *J. Vib. Eng. Technol.* 2024;(12):5455–5473. <https://doi.org/10.1007/s42417-023-01175-1>
15. Shelkovoy A.N., Mironenko E.V., Klochko A.A. Criteria for the formation of structures and parameters of processing systems ensuring the specified performance properties of hardened coarse-grained gears. *Suchasni tekhnologii v mashinobuduvanni* [Modern Technologies in Mechanical Engineering]. 2013;(8):185-200. (In Russ.)
16. Yamazaki M., Kato Y., Nakahara T., Ichihashi T. Research on improvement of transmission efficiency by improving friction coefficient between elements and pulleys of a belt CVT. *Review of Automotive Engineering*. 2008;29:485-492.
17. Yagyaev E., Shron L., Meniuk D. Increasing the operational reliability of car variators due to creating regular surface microrelief by laser ablation. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.* 2020;889:Article ID 012007.
18. Generalova A., Zverovshchikov A., Nikulin A. Surface undulation parameters of continuously variable transmission friction during turning. *Journal of King Saud University – Engineering Sciences*. 2022. <https://doi.org/10.1016/j.jksues.2022.06.001>
19. Generalova A.A., Nikulin A.A. Increasing the vehicle's dynamic performance by developing a continuously variable transmission. *Journal of Engineering and Applied Sciences*. 2019;14(18):6866-6875.
20. Zverovshchikov A.E., Generalova A.A., Nikulin A.A. Ensuring the performance characteristics of a friction V-belt variator. *Journal of Physics: Conference Series*. 2020;16979:Article ID 042079.
21. Generalova A.A., Nikulin A.A. Development of a process for manufacturing a pulley for a continuously variable transmission of a passenger car. *Nauka i biznes: Puti razvitiya* [Science and Business: Paths of Development]. 2019;(1):21-26. (In Russ.)
22. Generalova A.A., Zverovshchikov A.E., Nikulin A.A. Study on the effect of the microprofile of the CVT friction elements on the coefficient of friction in the contact zone and the efficiency factor of the transmission. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Tekhnicheskie nauki* [News of Higher Educational Institutions. Volga Region. Technical Sciences]. 2023;(3):154-172. (In Russ.) DOI: 10.21685/2072-3059-2023-3-12
23. Generalova A.A., Nikulin A.A., Bychkov D.S. Analytical study on the characteristics of tool durability and self-oscillations during pulley turning. *Vestnik Magnitogorskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. G.I. Nosova* [Vestnik of Nosov Magnitogorsk State Technical University]. 2024;22(1):61-75. (In Russ.) <https://doi.org/10.18503/1995-2732-2024-22-1-61-75>
24. Mikhaylitsyn S.V., Sheksheev M.A., Ayubashev O.M., Steblyanko V.L., Fedoseev S.A. Study on plasma arc cutting of low-alloyed steel grade 09G2S. *Vestnik Magnitogorskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. G.I. Nosova* [Vestnik of Nosov Magnitogorsk State Technical University]. 2017;15(2):48-53. (In Russ.) <https://doi.org/10.18503/1995-2732-2017-15-2-48-53>
25. Tikhomirov V.P., Izmerov M.A. Effect of waviness and surface roughness on the normal contact stiffness of a flat joint. *Vestnik Bryanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of Bryansk State Technical University]. 2019;(12):4-12. (In Russ.) DOI: 10.30987/1999-8775-2019-2019-12-4-12
26. Tikhomirov V.P., Vorobev V.I., Izmerov M.A., Strekalov N.N., Pugachev A.A. Reducing thermal resistance between the body of a power semiconductor and its radiator. *Vestnik Bryanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of Bryansk State Technical University]. 2017;(2):104-113. (In Russ.) DOI: 10.12737/article\_59353e29a48eb2.21116479 (Accessed on 31.05.2023)
27. Miroshnichenko I.V. Building a mathematical model of waviness based on the results of calculating roughness of long products. *Tekhnologicheskii audit i rezervy proizvodstva* [Technological Audit and Production Reserves]. 2014;2(1(16)):11-15. (In Russ.)

Поступила 11.02.2024; принята к публикации 10.06.2024; опубликована 30.09.2024  
Submitted 11/02/2024; revised 10/06/2024; published 30/09/2024

**Генералова Александра Александровна** – кандидат технических наук, доцент,  
Пензенский государственный университет, Пенза, Россия.  
Email: generalova\_aa@mail.ru. ORCID 0000-0002-3900-619X

**Никулин Артём Анатольевич** – инженер-исследователь,  
Пензенский государственный университет, Пенза, Россия.  
Email: artem.nikulin2003@yandex.ru. ORCID 0000-0003-1834-6053

**Бычков Дмитрий Сергеевич** – инженер-исследователь,  
Пензенский государственный университет, Пенза, Россия.  
Email: deciptikon@mail.ru. ORCID 0000-0003-1648-2289

**Aleksandra A. Generalova** – PhD (Eng.), Associate Professor,  
Penza State University, Penza, Russia.  
Email: generalova\_aa@mail.ru. ORCID 0000-0002-3900-619X

**Artem A. Nikulin** – Researcher Engineer,  
Penza State University, Penza, Russia.  
Email: artem.nikulin2003@yandex.ru. ORCID 0000-0003-1834-6053

**Dmitriy S. Bychkov** – Researcher Engineer,  
Penza State University, Penza, Russia.  
Email: deciptikon@mail.ru. ORCID 0000-0003-1648-2289