

ISSN 1995-2732 (Print), 2412-9003 (Online)
УДК 621.833.2(31)
DOI: 10.18503/1995-2732-2023-21-1-55-64



ГЕОМЕТРИЯ РЕЗЦОВОЙ ГОЛОВКИ ДЛЯ МОДИФИКАЦИИ ПРОФИЛЯ АРОЧНЫХ ЗУБЬЕВ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КОЛЕС

Сызранцев В.Н., Старикин А.И.

Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия

Аннотация. Постановка задачи (актуальность работы). Применение цилиндрических передач с арочными зубьями в приводах локомотивов, бортовых редукторов, верхних приводов буровых установок позволяет кратко увеличить ресурс работы передач по сравнению с прямозубыми и косозубыми колесами. К настоящему времени предложено полтора десятка способов изготовления арочных зубьев цилиндрических колес, отличающихся инструментами и движениями формообразования. Наибольшие перспективы промышленного освоения производства цилиндрических передач с арочными зубьями имеет способ нарезания арочных зубьев резцовыми головками методом прерывистого деления на станках ЧПУ. В то же время исследования кинематических характеристик передач, зубья которых нарезаны данным способом, при работе в условиях наличия погрешностей, показали, что функция положения имеет пилообразную форму и зубья входят в зацепление с ударом. Для обеспечения приближенного характера зацепления необходимо выполнять профильную модификацию поверхности зуба путем использования резцовой головки с более сложной, нежели прямой круговой конус, производящей поверхностью. **Используемые методы.** Разработка математической модели производящей поверхности резцовой головки и формул для расчета ее геометрических характеристик выполнена на основе методов дифференциальной геометрии и методов теории пространственных зубчатых зацеплений. **Новизна.** Для круговой резцовой головки с производящей поверхностью в виде однополостного гиперболоида получены зависимости для координат радиус-вектора и орта нормали, главных кривизн точек поверхности. **Результат.** Разработанная математическая модель производящей поверхности резцовой головки позволяет при обработке вогнутой стороны арочного зуба цилиндрического колеса выполнять модификацию профиля арочных зубьев колес как для обкатного, так и полуобкатного варианта передач. **Практическая значимость.** Использование круговых резцовых головок с производящей поверхностью в виде однополостного гиперболоида позволяет путем модификации профиля арочного зуба обеспечить при наличии погрешностей взаимного положения колеса и шестерни в передаче приближенный характер зацепления арочных зубьев

Ключевые слова: цилиндрические передачи, резцовая головка, арочные зубья, модификация профиля

© Сызранцев В.Н., Старикин А.И., 2023

Для цитирования

Сызранцев В.Н., Старикин А.И. Геометрия резцовой головки для модификации профиля арочных зубьев цилиндрических колес // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова. 2023. Т. 21. №1. С. 55-64. <https://doi.org/10.18503/1995-2732-2023-21-1-55-64>



Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.
The content is available under Creative Commons Attribution 4.0 License.

CUTTER HEAD GEOMETRY TO MODIFY THE CYLINDRICAL WHEEL ARC TEETH PROFILE

Syrrantsev V.N., Starikov A.I.

Tyumen Industrial University, Tyumen, Russia

Abstract. Problem Statement (Relevance). The use of cylindrical gears with arc teeth in locomotive drives, final reduction gears, and upper drives of drilling rigs makes it possible to increase manifold the service life of gears in comparison with spur and helical gears. There are currently proposed ten and a half methods of manufacturing arc teeth of cylindrical gears, differing in tools and shaping movements. A method of cutting arc teeth with cutter heads using the irregular division method on CNC machines is most advanced for industrial manufacturing of cylindrical gears with arc teeth. At the same time, studies on kinematic characteristics of gears, whose teeth are cut in this way, when working under conditions of errors, have shown that the position function has a sawtooth shape, and the teeth clash when meshing. To ensure approximate gearing, it is necessary to perform a profile modification of the tooth flank by using a cutter head with a more complex generating surface, rather than a right circular cone. **Methods Applied.** A mathematical model of the cutter head generating surface and formulae for calculating its geometric characteristics were developed by applying differential geometry and spatial gearing theory methods. **Originality.** The authors obtained dependence for coordinates of a radius vector and a unit normal vector, principal curvature of surface points, for the arc cutter head with the generating surface as the one-sheet hyperboloid. **Result.** The developed mathematical model of the cutter head generating surface contributes to modifying the gear arc teeth profile for both generating gear and gearing with rectilinear flank tooth options, when processing the concave side of the arc tooth. **Practical Relevance.** The use of circular cutter heads with a one-sheet hyperboloid generating surface ensures approximate gearing by modifying the arc tooth profile subject to errors in the gear and pinion relative position.

Keywords: cylindrical gears, cutter head, arc teeth, profile modification

For citation

Syrrantsev V.N., Starikov A.I. Cutter Head Geometry to Modify the Cylindrical Wheel Arc Teeth Profile. *Vestnik Magnitogorskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta im. G.I. Nosova* [Vestnik of Nosov Magnitogorsk State Technical University]. 2023, vol. 21, no. 1, pp. 55-64. <https://doi.org/10.18503/1995-2732-2023-21-1-55-64>

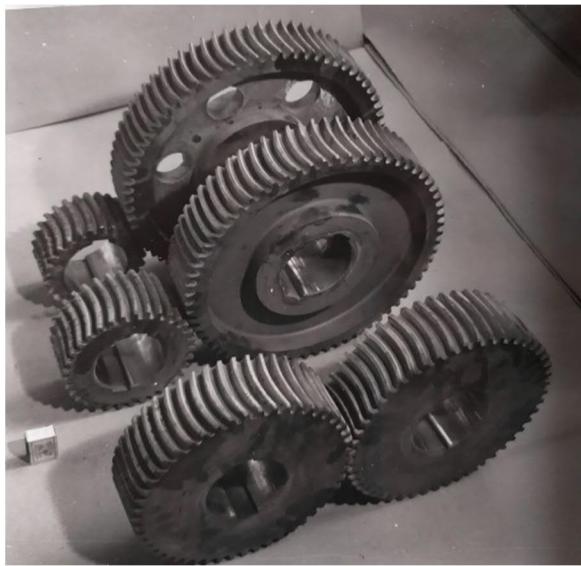
Введение

Эксплуатация цилиндрических зубчатых передач энергонасыщенных машин характеризуются как широким спектром передаваемой внешней нагрузки, так и существенными отклонениями положения зубьев колес в зацеплении от номинального, вызванных деформациями элементов корпуса и передач. В этих условиях прямозубые, косозубые и шевронные цилиндрические передачи требуемую нагрузочную способность и ресурс не обеспечивают. Решением данной проблемы является переход на передачи, зубья которых в продольном направлении имеют арочную форму (рис. 1, а). В результате более высокой изгибной прочности арочных зубьев, возможности компенсации негативного влияния угла перекоса и непараллельности путем определенной самоустановки колес при передаче нагрузки долговечность передач с арочными зубьями как по контактной, так и изгибной выносимости может быть кратно увеличена.

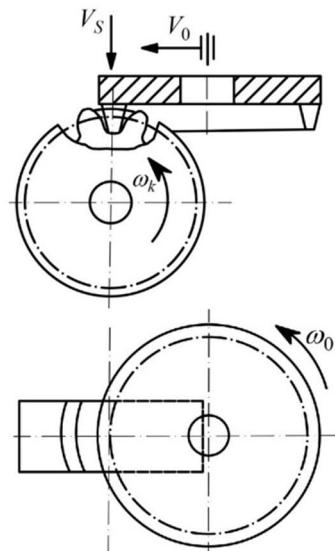
В последние несколько десятилетий исследованием способов изготовления арочных зубьев цилиндрических колес, геометрией их зацепле-

ния и расчетом нагрузочной способности за рубежом занимаются ученые различных стран [1-4]. К настоящему времени предложено более десятка способов формообразования арочных зубьев, отличающихся формообразующими движениями и применяемыми инструментами [1, 3]. Особенno широк перечень статей китайских ученых, где исследованием передач с арочными зубьями занимаются в нескольких университетах [5-11]. В СССР, начиная со второй половины прошлого века, и в дальнейшем в РФ по настоящее время отечественными учеными выполняются комплексные исследования цилиндрических передач [1, 2, 12-15].

Наибольшие перспективы внедрения в производство имеет способ нарезания арочных зубьев круговой резцовой головкой методом обката с единичным делением (рис. 1, б) [1, 2, 13]. В этом способе поступательное движение V_0 инструмента согласовано с вращением ω_k заготовки, деление прерывистое. Подача врезания V_s осуществляется за счет осевого перемещения инструмента, а скорость резания величиной ω_0 .



а



б

Рис. 1. Передачи с арочными зубьями (а) и расчетная схема нарезания зубьев резцовой головкой (б)
 Fig. 1. Gears with arc teeth (a) and the design diagram of tooth cutting with a cutter head (b)

По аналогии с коническими передачами этим способом могут быть изготовлены полуобкатные цилиндрические передачи, когда колесо нарезается без обкатки, методом копирования [12, 15]. В работах как отечественных [1, 2, 13], так и зарубежных ученых [3, 4, 11, 16] показано, что обработка арочных зубьев цилиндрических колес данным способом возможна на четырехкоординатных станках с числовым программным управлением. Применяемые в способе резцовые головки широко используются при нарезании круговых зубьев конических колес, технология их изготовления и контроля хорошо отработана.

Учитывая вышеотмеченное с позиций реализации, данный способ имеет значимые технологические преимущества по сравнению с другими способами нарезания арочных зубьев цилиндрических колес [1, 3]. Проблемы способа заключаются в другом. Исследование геометрических характеристик зацепления арочных зубьев, нарезанных круговыми резцовыми головками, показали, что при отсутствии погрешностей изготовления и сборки колеса и шестерни передачи являются сопряженными. Ситуация изменяется принципиально как для обкатных, так и полуобкатных передач в случае их работы в условиях отклонений колеса и шестерни от номинальных положений, в результате которых активная действующая линия зацепления арочных зубьев

случайным образом смещается из среднего сечения зуба. Передаточная функция приобретает пилообразную форму, передача становится несопряженной и зубья в зацепление входят с ударом. Подобная ситуация известна в конических передачах и для обеспечения их работоспособности путем реализации приближенного характера зацепления зубьев необходимо решать задачу синтеза геометрии поверхностей круговых зубьев [14]. Возможности изменения геометрии арочных зубьев в рамках способа формообразования арочных зубьев резцовыми головками практически отсутствуют. Для решения задачи необходимо использовать более сложную, нежели прямой круговой конус, производящую поверхность резцовой головки.

Цель настоящей работы заключается в получении математических зависимостей для расчета проекций координат радиуса вектора и орта нормали производящей поверхности резцовой головки, позволяющей в рамках исследуемого способа нарезания арочных зубьев обеспечить приближенный характер их зацепления вследствие модификации профиля арочного зуба. Определение выражений для расчета главных кривизн производящей поверхности, необходимых при исследовании геометрических и кинематических характеристик зацепления арочных зубьев полуобкатного варианта цилиндрической передачи.

Материалы и методы исследования

Используемые для нарезания арочных зубьев колеса круговые резцовые головки содержат резцы с прямолинейными режущими кромками, расположенными в плоскости, проходящей через ось вращения резцовой головки [1-3, 13]. Для профильной модификации поверхности зуба колеса используем более сложную поверхность однополостный гиперболоид, которая образуется вращением вокруг оси резцовой головки прямолинейной режущей кромки, расположенной в плоскости параллельной оси вращения и отстоящей от нее на величину δ (рис. 2).

Для определения проекций координат x_p, y_p, z_p радиус-вектора $\bar{r}_p(x_p, y_p, z_p)$ производящей поверхности воспользуемся матричным выражением [12, 15]:

$$\tilde{r}_p(u, \vartheta) = \tilde{A}_{p,k}(\vartheta) \tilde{r}_k(u). \quad (1)$$

В формуле (1) $\tilde{r}_k(u)$, $\tilde{r}_p(u, \vartheta)$ – матрицы-столбцы, составленные из координат соответственно радиус-векторов \bar{r}_k : $x_k = u$, $y_k = 0$, $z_p = 0$, где u – линейный параметр прямолинейной кромки, и \bar{r}_p : x_p, y_p, z_p ; $\tilde{A}_{p,k}(\vartheta)$ – матрица перехода четвертого порядка, описывающая переход из системы координат $S_k(x_k, y_k, z_k)$, жестко связанной с режущей кромкой, в систему координат $S_p(x_p, y_p, z_p)$, жестко связанную с резцовой головкой, поворачивающейся на угол ϑ (угловой параметр производящей поверхности) вокруг оси y_p (см. рис. 2).

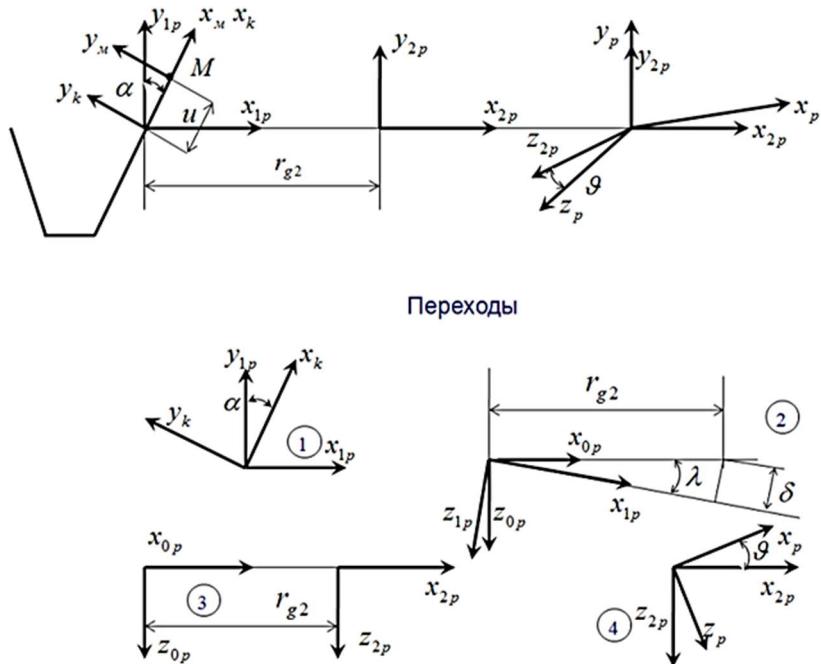


Рис. 2. Системы координат для описания производящей поверхности
Fig. 2. Coordinate systems used to describe the generating surface

На основании построений на рис. 2 матрица $\tilde{A}_{p,k}(\vartheta)$ имеет следующий вид:

$$\tilde{A}_{p,k}(\vartheta) = \begin{vmatrix} \cos(\vartheta + \lambda)\sin\alpha; & -\cos(\vartheta + \lambda)\cos\alpha; & -\sin(\vartheta + \lambda); & -r_{g2}\cos\vartheta; \\ \cos\alpha; & \sin\alpha; & 0; & 0; \\ \sin(\vartheta + \lambda)\sin\alpha; & -\sin(\vartheta + \lambda)\cos\alpha; & \cos(\vartheta + \lambda); & -r_{g2}\sin\vartheta; \\ 0; & 0; & 0; & 1; \end{vmatrix}, \quad (2)$$

где r_{g2} – расчетный радиус резцовой головки; λ – угол разворота плоскости, в которой задана режущая кромка; δ – смещение плоскости относительно y_p .

$$\lambda = \arcsin\left(\frac{\delta}{r_{g2}}\right). \quad (3)$$

Раскрывая (1), найдем:

$$\begin{aligned} x_p &= u \cos(\vartheta + \lambda) \sin \alpha - r_{g2} \cos \vartheta; \\ y_p &= u \cos \alpha; \\ z_p &= u \sin(\vartheta + \lambda) \sin \alpha - r_{g2} \sin \vartheta. \end{aligned} \quad (4)$$

При $\lambda=0$ поверхность (4) вырождается в поверхность прямого кругового конуса с углом $\alpha = \alpha_0$, α_0 – угол исходного производящего контура.

Определим текущий радиус поверхности вращения (4):

$$\begin{aligned} D &= \sqrt{x_p^2 + y_p^2} = \\ &= \sqrt{u^2 \sin^2 \alpha - 2ur_{g2} \sin \alpha \cos \lambda + r_{g2}^2}, \end{aligned} \quad (5)$$

который позволяет преобразовать выражения (4) к виду:

$$x_p = D \cos \vartheta; \quad y_p = u \sin \alpha; \quad z_p = D \sin \vartheta. \quad (6)$$

Для расчета проекций n_x , n_y , n_z нормали поверхности (4) используем зависимости [12, 15]:

$$\begin{aligned} n_x &= y_{pu} z_{p\vartheta} - y_{p\vartheta} z_{pu}; \\ n_y &= -x_{pu} z_{p\vartheta} + x_{p\vartheta} z_{pu}; \\ n_z &= x_{pu} y_{p\vartheta} - x_{p\vartheta} y_{pu}, \end{aligned} \quad (7)$$

где x_{pu} , y_{pu} , z_{pu} , $x_{p\vartheta}$, $y_{p\vartheta}$, $z_{p\vartheta}$ – частные производные выражений (6) по параметрам u и ϑ .

$$\begin{aligned} x_{pu} &= \frac{\sin \alpha (u \sin \alpha - r_{g2} \cos \lambda) \cos \vartheta}{D}; \\ y_{pu} &= \cos \alpha; \\ z_{pu} &= \frac{\sin \alpha (u \sin \alpha - r_{g2} \cos \lambda) \sin \vartheta}{D}. \end{aligned} \quad (8)$$

$$x_{p\vartheta} = -D \sin \vartheta; \quad y_{p\vartheta} = 0; \quad z_{p\vartheta} = D \cos \vartheta. \quad (9)$$

Раскрывая (7) на основе (8), (9), установим:

$$\begin{aligned} n_x &= D \cos \alpha \cos \vartheta; \\ n_y &= -\sin \alpha (u \sin \alpha - r_{g2} \cos \lambda); \\ n_z &= D \cos \alpha \sin \vartheta. \end{aligned} \quad (10)$$

Определим модуль нормали:

$$\begin{aligned} N &= \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2} = \\ &= \sqrt{(u \sin \alpha - r_{g2} \cos \lambda)^2 + (r_{g2} \cos \alpha \sin \lambda)^2}, \end{aligned} \quad (11)$$

учитывая который, по формулам (10) получим выражения для орта нормали поверхности (4):

$$\begin{aligned} m_x &= \frac{D \cos \alpha \cos \vartheta}{N}; \\ m_y &= \frac{-\sin \alpha (u \sin \alpha - r_{g2} \cos \lambda)}{N}; \\ m_z &= \frac{D \cos \alpha \sin \vartheta}{N}. \end{aligned} \quad (12)$$

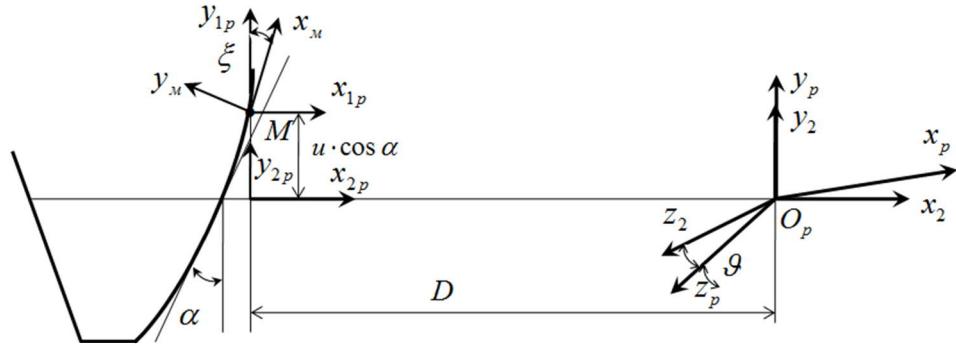
Введем обозначения:

$$\begin{aligned} \cos \xi &= \frac{D \cos \alpha}{N}; \\ \sin \xi &= \frac{\sin \alpha (u \sin \alpha - r_{g2} \cos \lambda)}{N}. \end{aligned} \quad (13)$$

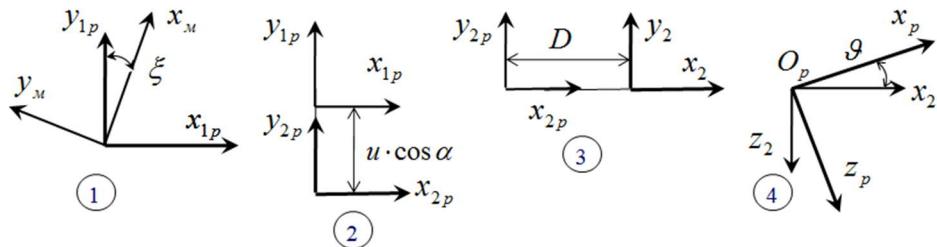
Эти выражения позволяют для орта нормали (12) получить зависимости:

$$\begin{aligned} m_x &= \cos \xi \cos \vartheta; \\ m_y &= -\sin \xi; \\ m_z &= \cos \xi \sin \vartheta. \end{aligned} \quad (14)$$

В выражениях (13) и (14) угол ξ является переменным углом профиля производящей поверхности резцовой головки (6). Знание этого угла позволяет в любой текущей точке M поверхности (6) иметь систему координат $S_M(x_M, y_M, z_M)$, две оси которой x_M и z_M определяют на поверхности (6) главные направления, а ось y_M направлена по нормали к поверхности (6) (рис. 3). Использование системы координат $S_M(x_M, y_M, z_M)$, позволяет существенно упростить расчет геометрических характеристик поверхностей арочных зубьев.



Переходы

Рис. 3. Переходы от системы координат $S_M(x_M, y_M, z_M)$ к системе координат $S_p(x_p, y_p, z_p)$ Fig. 3. Transitions from the coordinate system $S_M(x_M, y_M, z_M)$ to the coordinate system $S_p(x_p, y_p, z_p)$

Воспользуемся **рис. 3**, на основе которого определим матрицу перехода $\tilde{A}_{M,p}$ от системы координат $S_p(x_p, y_p, z_p)$ к системе координат $S_M(x_M, y_M, z_M)$:

$$\tilde{A}_{M,p}(u, \vartheta) = \begin{vmatrix} \cos \vartheta \cdot \sin \xi; & \cos \xi; & \sin \vartheta \cdot \sin \xi; & D \cdot \sin \xi - u \cdot \cos \alpha \cdot \cos \xi; \\ -\cos \vartheta \cdot \cos \xi; & \sin \xi; & -\sin \vartheta \cdot \cos \xi; & -D \cdot \cos \xi - u \cdot \cos \alpha \cdot \sin \xi; \\ -\sin \vartheta; & 0; & \cos \vartheta; & 0; \\ 0; & 0; & 0; & 1; \end{vmatrix}. \quad (15)$$

Важнейшей характеристикой производящей поверхности инструмента являются ее главные кривизны k_1 и k_2 . Их определение является результатом решения следующих двух уравнений [12, 15]:

$$k_1 + k_2 = \frac{\Delta_1 + \Delta_2}{\Delta} \text{ и } k_1 \cdot k_2 = \frac{\Delta_3}{\Delta}, \quad (16)$$

где $\Delta, \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ – определители второго порядка.

$$\Delta = \begin{vmatrix} x_{pu}^M & x_{p\vartheta}^M \\ z_{pu}^M & z_{p\vartheta}^M \end{vmatrix}; \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} x_{pu}^M & x_{p\vartheta}^M \\ m_{zu}^M & m_{z\vartheta}^M \end{vmatrix};$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} m_{xu}^M & m_{x\vartheta}^M \\ z_{pu}^M & z_{p\vartheta}^M \end{vmatrix}; \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} m_{xu}^M & m_{x\vartheta}^M \\ m_{zu}^M & m_{z\vartheta}^M \end{vmatrix},$$

элементы которых $x_{pu}^M, z_{pu}^M, x_{p\vartheta}^M, z_{p\vartheta}^M$ являются производными по параметрам u и ϑ от координат радиус-вектора (6) производящей по-

верхности, переписанные с помощью матрицы (15) из системы координат $S_p(x_p, y_p, z_p)$ в систему координат $S_M(x_M, y_M, z_M)$; $m_{xu}^M, m_{zu}^M, m_{x\vartheta}^M, m_{z\vartheta}^M$ – производные по параметрам u и ϑ от проекций орта нормали (14) производящей поверхности, переписанные с помощью матрицы (15) из системы координат $S_p(x_p, y_p, z_p)$ в систему координат $S_M(x_M, y_M, z_M)$.

Производные от проекций радиус-вектора (6) и проекций орта нормали (14) в системе координат $S_M(x_M, y_M, z_M)$ имеют вид:

$$\begin{aligned} x_{pu}^M &= -D_u \cdot \sin \xi + \cos \xi \cdot \cos \alpha; & z_{pu}^M &= 0; \\ x_{p\vartheta}^M &= 0; & z_{p\vartheta}^M &= -D; & m_{xu}^M &= -\frac{d\xi}{du}; \\ m_{zu}^M &= 0; & m_{x\vartheta}^M &= 0; & m_{z\vartheta}^M &= \cos \xi, \end{aligned} \quad (17)$$

где D_u – производная по u величины D (5), а $\frac{d\xi}{du}$ – производная по параметру u угла ξ (13):

$$D_u = \frac{\sin\alpha \cdot (u \cdot \sin\alpha - r_{g2} \cdot \cos\lambda)}{D},$$

$$\frac{d\xi}{du} = \frac{(r_{g2} \cdot \cos\alpha \cdot \sin\lambda \cdot \sin\alpha)^2}{N^3}. \quad (18)$$

На основе зависимостей (17), (18) определим выражения для определителей (16):

$$\begin{aligned} \Delta &= (D_u \sin\xi - \cos\xi \cos\alpha)D; \\ \Delta_1 &= -(D_u \sin\xi - \cos\xi \cos\alpha) \cos\xi; \\ \Delta_2 &= D \frac{d\xi}{du}; \\ \Delta_3 &= -\cos\xi \frac{d\xi}{du}. \end{aligned} \quad (19)$$

Подставляя полученные для Δ , Δ_1 , Δ_2 , Δ_3 зависимости (19) в два линейных уравнения (16)

$$k_1 + k_2 = -\frac{\cos\xi}{D} - \frac{\frac{d\xi}{du}}{(-D_u \cdot \sin\xi + \cos\xi \cdot \cos\alpha) \cdot D},$$

$$k_1 \cdot k_2 = -\frac{\cos\xi \cdot \frac{d\xi}{du}}{(-D_u \cdot \sin\xi + \cos\xi \cdot \cos\alpha) \cdot D}$$

и решая их относительно k_1 и k_2 , найдем:

$$k_1 = -\frac{\cos\xi}{D} = -\frac{\cos\alpha}{N};$$

$$k_2 = -\frac{\frac{d\xi}{du}}{(-D_u \cdot \sin\xi + \cos\xi \cdot \cos\alpha) \cdot D} = \frac{D}{N} \cdot \frac{d\xi}{du}. \quad (20)$$

При $\lambda=0$ и $\alpha=\alpha_0$ зависимости (20) соответствуют главным кривизнам прямого кругового конуса:

$$k_1 = -\frac{\cos\alpha_0}{u \cdot \sin\alpha_0 - r_{g2}} \quad \text{и} \quad k_2 = 0.$$

В расчетной точке производящей поверхности (6) резцовой головки $u=0$. В расчетной точке поверхности арочного зуба величина угла ξ должна соответствовать углу профиля ис-

ходного производящего контура α_0 . Для того чтобы в расчетной точке касательная к поверхности (6) в плоскости, проходящей через ось вращения головки, составляла с этой осью угол α_0 , необходимо угол профиля резцов α зуборезной головки скорректировать. Используя выражения для $\sin\xi$ (13) при $u=0$, запишем

$$\sin\xi = \frac{\sin\alpha \cdot \cos\lambda}{\sqrt{\cos^2\lambda + \cos^2\alpha \cdot \sin^2\lambda}} = \sin\alpha_0. \quad (21)$$

Решая это уравнение относительно угла α – наклона режущей кромки относительно оси вращения резцовой головки y_p , найдем

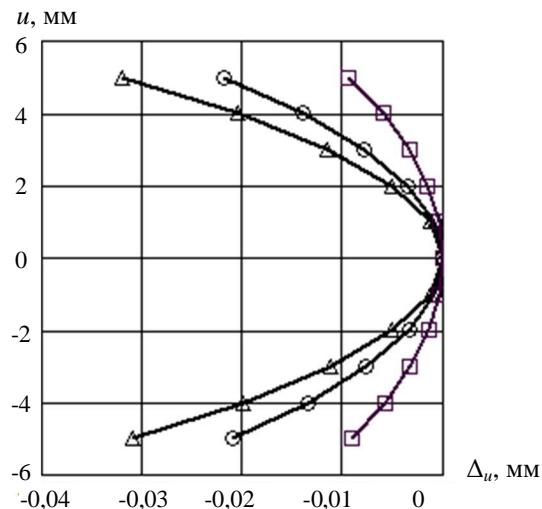
$$\sin\alpha = \frac{\sin\alpha_0}{\sqrt{\cos^2\lambda + \sin^2\lambda \cdot \sin^2\alpha_0}}. \quad (22)$$

Полученные формулы при $\alpha_0 > 0$ соответствуют производящей поверхности круговой резцовой головки, используемой для обработки выпуклой стороны арочного зуба колеса, а при $\alpha_0 < 0$ – вогнутой поверхности арочного зуба. Резцовая головка с производящей поверхностью в виде (6) при $\lambda \neq 0$ и $\alpha_0 < 0$ позволяет вогнутую поверхность арочного зуба колеса выполнить с модификацией профиля.

При фиксированном значении $u = \text{const}$, учитывая (5) и (22), величина отклонения Δ_u поверхности (6) от образующей прямого кругового конуса при заданных r_{g2} , λ и α_0 рассчитывается по выражению

$$\Delta_u = (u \operatorname{tg}\alpha_0 - r_{g2}) - \sqrt{u^2 \operatorname{tg}^2\alpha - 2ur_{g2} \operatorname{tg}\alpha \cos\lambda + r_{g2}^2}. \quad (23)$$

На **рис. 4** для производящей поверхности (6) резцовой головки, имеющей $r_{g2} = 100$ мм, $\alpha_0 = 0,34907$, $\lambda = 0,31416(\Delta); 0,2618(\bigcirc); 0,17453(\square)$ (соответственно $\alpha = 0,36551; 0,36036; 0,35401$) в пределах $-5 \text{ мм} \leq u \leq 5 \text{ мм}$, показаны отклонения Δ_u от образующей прямого кругового конуса, а на **рис. 5** в пределах этой образующей рассчитанные значения кривизны по профилю k_2 поверхности (6).

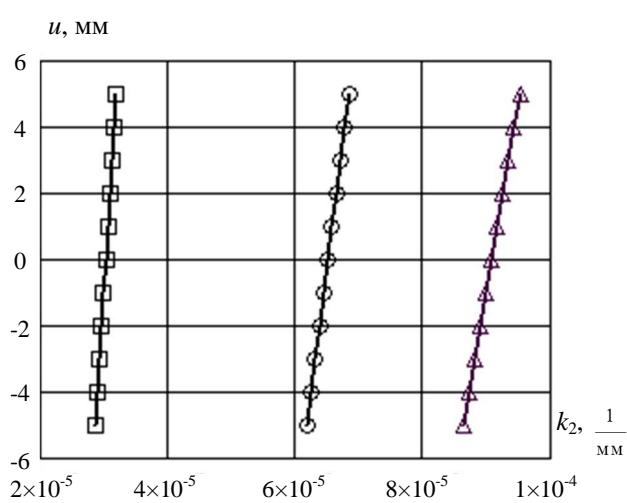
Рис. 4. Отклонение Δ_u по высоте образующейFig. 4. Deviation Δ_u in height of the generatrix

Полученные результаты и их обсуждение

Резцовые головки с наружными резцами, проекции радиус-вектора и орта нормали производящей поверхности которых получены в статье, в процессе формообразования вогнутых сторон арочных зубьев цилиндрических колес обкатных передач позволяют осуществить требуемую модификацию профиля, исключающую удар при входе зубьев в зацепление. Для арочных зубьев колес полуобкатных передач, нарезание которых выполняется методом копирования, выражения радиус-вектора и орта нормали производящей поверхности резцовой головки, переписанные в систему координат, жестко связанной с колесом, описывают поверхность арочного зуба с профильной модификацией.

Список источников

- Сызранцев В.Н., Сызранцева К.В. Цилиндрические передачи с арочными зубьями: геометрия, прочность, надежность: монография. Тюмень: Тюменский индустриальный университет, 2021. 170 с.
- Syzrantsev V.N. Cylindrical Arc Gears: History, Achievements, and Problem // Mechanisms and Machine Science. 2021, vol. 101, pp. 131-151. doi.org/10.1007/978-3-030-73022-2_6
- Arafa Hani A., Bedewy M. Manufacturability and viability of different C-Gear types: A comparative study. Proceedings of the ASME 2012 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference IDETC/CIE 2012. August 12-15, 2012, Chicago, IL, USA. DETC2012-71030.
- Arafa H.A. C-gears: Geometry and Machining, Part C // Journal of Mechanical Engineering Science. 2005, vol. 219, no. 7, pp. 709-726.

Рис. 5. Изменение k_2 по высоте образующейFig. 5. Change k_2 in height of the generatrix

- Jiang Y. Contact ratio calculation of involute arc gear device Academic // Journal of Manufacturing Engineering. 2017, vol. 15, no. 3, pp. 19-22.
- Jiang Y-Q., Hou L., Zhao Y. The Equation of the Contact Line of the Involute Curvilinear-Tooth Cylindrical Gear Pump for the Agricultural Tractor // The Open Mechanical Engineering Journal. 2014, vol. 8, pp. 879-884.
- Chang Q., Hou L. Parallel translating mechanism process-oriented mathematical model and 3-D model for cylindrical gears with curvilinear shaped teeth // Jordan Journal of Mechanical and Industrial Engineering. 2016, vol. 10, no. 3, pp. 171-177.
- Jiang Y., Hou L., Sun Z., Xiao H. Meshing features of involute arc teeth cylindrical gears // Journal of Chemical and Pharmaceutical Research. 2014, vol. 6, no. 7, pp. 2387-2393.
- Ma Z., Deng C. Machining Method of Whole Modified Surface of Cylindrical Gears with Arcuate Tooth Trace [J] // Journal of Mechanical engineering. 2012, vol. 48, no. 5, pp. 165-171. doi.org/10.3901/jme.2012.05.165.
- Zhang Q., Hou L., Tang R., and Wen G. Method of processing and an analysis of meshing and contact of circular arc tooth trace cylindrical gears // Transactions of FAMENA, 2016, vol. 40, no. 4, pp. 11-24.
- Song A., Wu W., and Gao S. The ideal geometry parameters of arch cylindrical gear and its process method // Journal of Shanghai Jiaotong University. 2010, vol. 44, no. 12, pp. 1735-1740.
- Syzrantsev V.N., Syzrantseva K.V. Study of geometric characteristics of the arc teeth semi-rolled cylindrical gear meshing // FME Transactions. 2021. T. 49. № 2. С. 367-373.
- Бочкова Д.Е., Бобков М.Н., Золотова С.А. Обработка круговых зубьев пары цилиндрических колес с локализованной зоной касания // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2020. №5. С. 344-349.

14. Babichev D.T., Lagutin S.A., Barmina N.A. Russian School of the Theory and Geometry of Gearing. Part 2. Development of the Classical Theory of Gearing and Establishment of the Theory of Real Gearing in 1976-2000 // Mechanisms and Machine Science (Book Series). 2019, vol. 81, pp. 1-46.
15. Syzrantseva K.V., Syzrantsev V.N., Kolbasin D.S. Forming Surfaces of a Semi-rolled Cylindrical Gearing Wheel and a Gear Arc Teeth. Lecture Notes in Mechanical Engineering. 2021, pp. 134-141. doi.org/10.1007/978-3-030-54814-8_16
16. Wu Y., Hou Li, Ma D., Wei Y., Luo L. Milling Machine Error Modelling and Analysis in the Machining of Circular-Arc-Tooth-Trace Cylindrical Gears // Transactions of FAMENA. 2021, vol. 44, no. 4, pp. 13-29. doi.org/10.21278/TOF.444009419
7. Chang Q., Hou L. Parallel translating mechanism process-oriented mathematical model and 3-D model for cylindrical gears with curvilinear shaped teeth. Jordan Journal of Mechanical and Industrial Engineering. 2016;10(3):171-177.
8. Jiang Y., Hou L., Sun Z., Xiao H. Meshing features of involute arc teeth cylindrical gears. Journal of Chemical and Pharmaceutical Research. 2014;6(7):2387-2393.
9. Ma Z., Deng C. CNC machining method of whole modified surface of cylindrical gears with arcuate tooth trace. Journal of Mechanical Engineering. 2012;48(5):165-171. DOI: 10.3901/jme.2012.05.165
10. Zhang Q., Hou L., Tang R., Wen G. Method of processing and an analysis of meshing and contact of circular arc tooth trace cylindrical gears. Transactions of FAMENA. 2016;40(4):11-24.
11. Song A., Wu W., Gao S. The ideal geometry parameters of arch cylindrical gear and its process method. Journal of Shanghai Jiaotong University. 2010;44(12):1735-1740.
12. Syzrantsev V.N., Syzrantseva K.V. Study of geometric characteristics of the arc teeth semi-rolled cylindrical gear meshing. FME Transactions. 2021;49(2):367-373.
13. Bochkova D.E., Bobkov M.N., Zolotova S.A. Machining circular teeth of a pair of cylindrical gears with a localized contact zone. Izvestiya Tulsogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskie nauki [Proceedings of Tula State University. Engineering Sciences]. 2020;(5):344-349. (In Russ.)
14. Babichev D.T., Lagutin S.A., Barmina N.A. Russian School of the Theory and Geometry of Gearing. Part 2. Development of the classical theory of gearing and establishment of the theory of real gearing in 1976-2000. Mechanisms and Machine Science (Book Series). 2019;81:1-46.
15. Syzrantseva K.V., Syzrantsev V.N., Kolbasin D.S. Forming surfaces of a semi-rolled cylindrical gearing wheel and a gear arc teeth. Lecture Notes in Mechanical Engineering. 2021;134-141. DOI: 10.1007/978-3-030-54814-8_16
16. Wu Y., Hou Li, Ma D., Wei Y., Luo L. Milling machine error modelling and analysis in the machining of circular-arc-tooth-trace cylindrical gears. Transactions of FAMENA. 2021;44(4):13-29. DOI: 10.21278/TOF.444009419

References

1. Syzrantsev V.N., Syzrantseva K.V. *Tsilindricheskie peredachi s arochnymi zubyami: geometriya, prochnost, nadezhnost: monografiya* [Cylindrical gears with arch teeth: geometry, strength, reliability: monograph]. Tyumen: Tyumen Industrial University; 2021. 170 p. (In Russ.)
2. Syzrantsev V.N. Cylindrical arc gears: History, achievements, and problem. Mechanisms and Machine Science. 2021;101:131-151. DOI: 10.1007/978-3-030-73022-2_6
3. Arafa Hani A., Bedewy M. Manufacturability and viability of different C-Gear types: A comparative study. Proceedings of the ASME 2012 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference IDETC/CIE 2012. August 12-15, 2012, Chicago, IL, USA. DETC2012-71030.
4. Arafa H.A. C-gears: Geometry and machining, Part C. Journal of Mechanical Engineering Science. 2005;219(7):709-726.
5. Jiang Y. Contact ratio calculation of involute arc gear device. Academic Journal of Manufacturing Engineering. 2017;15(3):19-22.
6. Jiang Y.-Q., Hou L., Zhao Y. The equation of the contact line of the involute curvilinear-tooth cylindrical gear pump for the agricultural tractor. The Open Mechanical Engineering Journal. 2014;8:879-884.
7. Chang Q., Hou L. Parallel translating mechanism process-oriented mathematical model and 3-D model for cylindrical gears with curvilinear shaped teeth. Jordan Journal of Mechanical and Industrial Engineering. 2016;10(3):171-177.
8. Jiang Y., Hou L., Sun Z., Xiao H. Meshing features of involute arc teeth cylindrical gears. Journal of Chemical and Pharmaceutical Research. 2014;6(7):2387-2393.
9. Ma Z., Deng C. CNC machining method of whole modified surface of cylindrical gears with arcuate tooth trace. Journal of Mechanical Engineering. 2012;48(5):165-171. DOI: 10.3901/jme.2012.05.165
10. Zhang Q., Hou L., Tang R., Wen G. Method of processing and an analysis of meshing and contact of circular arc tooth trace cylindrical gears. Transactions of FAMENA. 2016;40(4):11-24.
11. Song A., Wu W., Gao S. The ideal geometry parameters of arch cylindrical gear and its process method. Journal of Shanghai Jiaotong University. 2010;44(12):1735-1740.
12. Syzrantsev V.N., Syzrantseva K.V. Study of geometric characteristics of the arc teeth semi-rolled cylindrical gear meshing. FME Transactions. 2021;49(2):367-373.
13. Bochkova D.E., Bobkov M.N., Zolotova S.A. Machining circular teeth of a pair of cylindrical gears with a localized contact zone. Izvestiya Tulsogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskie nauki [Proceedings of Tula State University. Engineering Sciences]. 2020;(5):344-349. (In Russ.)
14. Babichev D.T., Lagutin S.A., Barmina N.A. Russian School of the Theory and Geometry of Gearing. Part 2. Development of the classical theory of gearing and establishment of the theory of real gearing in 1976-2000. Mechanisms and Machine Science (Book Series). 2019;81:1-46.
15. Syzrantseva K.V., Syzrantsev V.N., Kolbasin D.S. Forming surfaces of a semi-rolled cylindrical gearing wheel and a gear arc teeth. Lecture Notes in Mechanical Engineering. 2021;134-141. DOI: 10.1007/978-3-030-54814-8_16
16. Wu Y., Hou Li, Ma D., Wei Y., Luo L. Milling machine error modelling and analysis in the machining of circular-arc-tooth-trace cylindrical gears. Transactions of FAMENA. 2021;44(4):13-29. DOI: 10.21278/TOF.444009419

Поступила 21.12.2022; принята к публикации 17.01.2023; опубликована 27.03.2023
Submitted 21/12/2022; revised 17/01/2023; published 27/03/2023

Сызранцев Владимир Николаевич – доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки РФ, заведующий кафедрой машин и оборудования нефтяной и газовой промышленности, Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия.
Email: syzrantsevvn@tyuiu.ru. ORCID 0000-0002-1422-4799

Стариков Александр Иванович – аспирант кафедры технологии машиностроения, Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия.
Email: starikovai@tyuiu.ru. ORCID 0000-0003-2988-5765

Vladimir N. Syzrantsev– DrSc (Eng.), Professor, Honored Scientist of the Russian Federation,
Head of the Department of Machines and Equipment for the Oil and Gas Industry,
Tyumen Industrial University, Tyumen, Russia.
Email: syzrantsevvn@tyuiu.ru. ORCID 0000-0002-1422-4799

Aleksandr I. Starikov – postgraduate student of the Department of Engineering Technologies,
Tyumen Industrial University, Tyumen, Russia.
Email: starikovai@tyuiu.ru. ORCID 0000-0003-2988-5765