

ISSN 1995-2732 (Print), 2412-9003 (Online)
УДК 537.531
DOI: 10.18503/1995-2732-2022-20-3-141-146



АВТОСТАБИЛИЗИРОВАННЫЙ РОТАТОР

Попов И.П.

Курганский государственный университет, Курган, Россия

Аннотация. Постановка задачи (актуальность работы). Целью работы является установление возможности создания ротатора с фиксированной частотой свободного вращения. **Используемые методы.** Для стабилизации угловой скорости необходимо, чтобы с изменением момента количества движения соответствующим образом изменялся момент инерции. Для решения этой задачи осуществляется синтез устройства, которое уместно назвать стабилизированным ротатором. Для установления характера поведения стабилизированного ротатора в различных режимах (кинематика, динамика) осуществляется его анализ. Синтез и анализ стабилизированного ротатора выполняются с использованием соотношений теоретической механики и формально-тождественных преобразований. **Новизна.** Собственная частота вращения стабилизированного ротатора строго фиксирована (не зависит ни от момента инерции, ни от момента импульса) и замечательным образом совпадает с собственной частотой колебаний маятника с идентичными параметрами. При изменении момента импульса изменяется радиус и тангенциальная скорость (частота вращения при этом не меняется и равна собственной). **Результат.** При нулевом вращающем моменте в стационарном режиме частота вращения стабилизированного ротатора не может быть произвольной и принимает единственное значение. Подобно тому как при вынужденных колебаниях маятника частота не совпадает с собственной частотой, частота вращения стабилизированного ротатора при нагружении не совпадает с собственной частотой вращения. **Практическая значимость.** Стабилизированный ротатор может использоваться для управления собственной частотой колебаний радиального осциллятора, хотя в этом качестве он может иметь сильную конкуренцию со стороны мехатронных систем. Напротив, в качестве стабилизатора вращений его конкурентные возможности неоспоримы и определяются предельной простотой конструкции.

Ключевые слова: ротатор, маятник, частота, стабилизация, выбег, энергия, момент импульса, циклотронное движение

© Попов И.П., 2022

Для цитирования

Попов И.П. Автостабилизированный ротатор // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова. 2022. Т. 20. №3. С. 141-146. <https://doi.org/10.18503/1995-2732-2022-20-3-141-146>



Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.
The content is available under Creative Commons Attribution 4.0 License.

AUTOMATIC STABILIZED ROTATOR

Popov I.P.

Kurgan State University, Kurgan, Russia

Abstract. Problem Statement (Relevance). The aim of the research is to identify the possibility of designing a rotator with the fixed rate of free rotation. **Methods Applied.** To stabilize angular velocity, it is required that changes in angular momentum result in relevant changes in moment of inertia. To settle this issue, a device was synthesized. Such device is reasonably called a stabilized rotator. To identify the nature of behavior of the stabilized rotator in various modes (kinematics, dynamics), it is analyzed. Synthesis and analysis of the stabilized rotator are performed using the balance between theoretical mechanics and formal and identical transformations. **Originality.** The natural rotation frequency of a stabilized rotator is strictly fixed (it does not depend on either moment of inertia or angular momentum) and remarkably coincides with the natural oscillation frequency of the pendulum with identical parameters. When the angular momentum changes, the radius and tangential velocity change (the rotation frequency does not change and is equal to its own). **Result.** At zero torque in the stationary mode, the rotation frequency of the stabilized rotator cannot be arbitrary and takes on a single value. Just as the frequency does not coincide with the natural frequency during forced oscillations of the pendulum, the rotation frequency of a stabilized rotator under loading does not coincide with the natural rotation frequency. **Practical Relevance.** A stabilized rotator can be used to control the natural frequency of a radial oscillator, although in this function it may have strong competition with mechatronic systems. On the contrary, as a rotation stabilizer, its competitive capabilities are undeniable and determined by the extreme simplicity of the design.

Keywords: rotator, pendulum, frequency, stabilization, run-out, energy, angular momentum, cyclotron motion

For citation

Popov I.P. Automatic Stabilized Rotator. *Vestnik Magnitogorskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta im. G.I. Nosova* [Vestnik of Nosov Magnitogorsk State Technical University]. 2022, vol. 20, no. 3, pp. 141-146. <https://doi.org/10.18503/1995-2732-2022-20-3-141-146>

Введение

Для нормальной работы многих технических систем требуется стабилизированная частота вращения [1]. К таким системам относятся генераторные установки переменного тока [2, 3], насосные станции [4, 5], конвейерные линии [6], обрабатывающие станки [7], ветрогенераторы [8, 9] и многие другие.

Существующие ротаторы могут свободно вращаться с любой скоростью, поэтому для их стабилизации используют специальные устройства, как правило, следящего типа, что приводит к усложнению и удорожанию конструкций. В этой связи представляет интерес возможность создания ротатора с фиксированной частотой свободного вращения, что и является целью настоящей работы.

Материалы и методы исследования

Для стабилизации угловой скорости необходимо, чтобы с изменением момента количества движения соответствующим образом изменялся момент инерции:

$$L = J \omega,$$

где L – момент количества движения; J – момент инерции; ω – угловая скорость.

Для решения этой задачи осуществляется синтез устройства, которое уместно назвать стабилизированным ротатором.

Для установления характера поведения стабилизированного ротатора в различных режимах (кинематика, динамика) осуществляется его анализ.

Синтез и анализ стабилизированного ротатора выполняются с использованием соотношений теоретической механики и формально-тождественных преобразований.

Полученные результаты и их обсуждение

Синтез стабилизированного ротатора. Угловая и тангенциальная скорости связаны следующим образом:

$$v = \omega r,$$

где r – радиус циклотронного движения.

Формально-тождественные преобразования

$$\omega^2 = \frac{v^2}{r^2} = \frac{mv^2/2}{kr^2/2} \frac{k}{m}$$

показывают, что для обеспечения постоянства угловой скорости необходима взаимная компенсация переменных v и r . Это возможно, если выполнить условие

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{kr^2}{2},$$

где m – масса груза; k – коэффициент упругости.

Правая часть равенства представляет собой потенциальную энергию пружины, абсолютная деформация которой равна радиусу вращения груза.

Установленные обстоятельства определяют принципиальную схему стабилизированного ротора, которая представлена на рисунке.

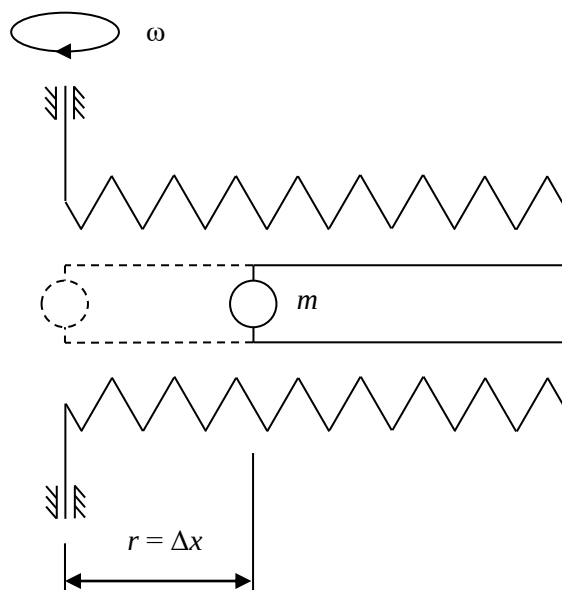


Рис. Стабилизированный ротор
Fig. A stabilized rotator

Собственная частота вращения стабилизированного ротора

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1)$$

строго фиксирована (не зависит ни от момента инерции, ни от момента импульса) и замечательным образом совпадает с собственной частотой колебаний маятника с идентичными параметрами.

Кинематика стабилизированного ротора. Момент импульса стабилизированного ротора равен

$$L = J\omega_0 = mr^2\omega_0 = mr^2\sqrt{\frac{k}{m}} = r^2\sqrt{mk}.$$

Здесь J – момент инерции, $x_\omega = \sqrt{mk}$ – волновой реактанс [10].

$$r = \frac{v}{\omega_0}.$$

$$L = r^2x_\omega = \frac{v^2}{\omega_0^2}x_\omega = v^2\frac{m}{k}\sqrt{mk} = \frac{m}{\omega_0}v^2.$$

При изменении момента импульса изменяется радиус и тангенциальная скорость (частота вращения при этом не меняется и равна собственной).

Положению груза, при котором его центр масс совпадает с осью вращения, соответствует состояние неопределенного равновесия. При вращении груз равновероятно может отклониться в любую из двух сторон и, соответственно, может развиваться как сжатие, так и растяжение пружины.

Состояние неопределенного равновесия можно исключить, обеспечив начальное (статическое) смещение груза r_0 и равную ему начальную деформацию пружины.

Динамика стабилизированного ротора. При раскручивании преднапряженного ротора до частоты ω_0 центробежная сила $m\omega^2r$ меньше силы начальной деформации пружины kr_0 , поэтому радиус r_0 не изменяется. Это участок линейной динамики $[0, \omega_0]$.

$$r = r_0, \quad \omega = \frac{M}{mr_0^2}t.$$

За время t_0 при постоянном вращающем моменте M ротор достигнет частоты вращения ω_0 .

$$t_0 = \frac{\omega_0 mr_0^2}{M} = \frac{\sqrt{mk}r_0^2}{M} = \frac{L_0}{M}.$$

При дальнейшем нагружении стабилизированного ротора вращающим моментом его динамика (нелинейный участок) описывается системой двух дифференциальных уравнений – вращательного и поступательного (радиального):

$$\begin{cases} \frac{d\omega}{dt} = \frac{M}{J} = \frac{M}{mr^2}, \\ m\frac{d^2r}{dt^2} = \frac{mv^2}{r} - kr = \frac{m\omega^2r^2}{r} - kr = (m\omega^2 - k)r. \end{cases}$$

Трение здесь не учитывается.

Начальные условия:

$$\omega|_{t=t_0} = \omega_0, \quad r|_{t=t_0} = r_0, \quad \left.\frac{dr}{dt}\right|_{t=t_0} = 0.$$

Из системы уравнений и начальных условий получаем следующее:

$$\begin{aligned}
 \left. \frac{d\omega}{dt} \right|_{t=t_0} &= \frac{M}{mr_0^2}. \\
 \frac{d^2\omega}{dt^2} &= -2 \frac{M}{mr^3} \frac{dr}{dt}, \quad \left. \frac{d^2\omega}{dt^2} \right|_{t=t_0} = 0. \\
 \frac{d^2r}{dt^2} &= (\omega^2 - \omega_0^2)r, \quad \left. \frac{d^2r}{dt^2} \right|_{t=t_0} = 0. \\
 \frac{d^3r}{dt^3} &= 2\omega \frac{d\omega}{dt} r + (\omega^2 - \omega_0^2) \frac{dr}{dt}, \\
 \left. \frac{d^3r}{dt^3} \right|_{t=t_0} &= 2\omega_0 \frac{M}{mr_0^2} r_0 = 2\omega_0 \frac{M}{mr_0}. \\
 \frac{d^3\omega}{dt^3} &= 6 \frac{M}{mr^4} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 - 2 \frac{M}{mr^3} \frac{d^2r}{dt^2}, \quad \left. \frac{d^3\omega}{dt^3} \right|_{t=t_0} = 0. \\
 \frac{d^4\omega}{dt^4} &= -24 \frac{M}{mr^5} \left(\frac{dr}{dt} \right)^3 + 6 \frac{M}{mr^4} 2 \frac{dr}{dt} \frac{d^2r}{dt^2} + \\
 &+ 6 \frac{M}{mr^4} \frac{dr}{dt} \frac{d^2r}{dt^2} - 2 \frac{M}{mr^3} \frac{d^3r}{dt^3}, \\
 \left. \frac{d^4\omega}{dt^4} \right|_{t=t_0} &= -2 \frac{M}{mr_0^3} 2\omega_0 \frac{M}{mr_0} = -4\omega_0 \frac{M^2}{m^2 r_0^4}. \\
 \frac{d^4r}{dt^4} &= 2 \left(\frac{d\omega}{dt} \right)^2 r + 2\omega \frac{d^2\omega}{dt^2} r + 2\omega \frac{d\omega}{dt} \frac{dr}{dt} + \\
 &+ 2\omega \frac{d\omega}{dt} \frac{dr}{dt} + (\omega^2 - \omega_0^2) \frac{d^2r}{dt^2}, \\
 \left. \frac{d^4r}{dt^4} \right|_{t=t_0} &= 2 \left(\frac{M}{mr_0^2} \right)^2 r = \frac{2M^2}{m^2 r_0^3}.
 \end{aligned}$$

Таким образом, частота вращения стабилизированного ротатора и радиус представимы в виде

$$\begin{aligned}
 \omega &\approx \frac{1}{0!} \omega(0)t^0 + \frac{1}{1!} \frac{d\omega}{dt}(0)t^1 + \frac{1}{2!} \frac{d^2\omega}{dt^2}(0)t^2 + \\
 &+ \frac{1}{3!} \frac{d^3\omega}{dt^3}(0)t^3 + \frac{1}{4!} \frac{d^4\omega}{dt^4}(0)t^4 + \dots = \\
 &= \omega_0 + \frac{M}{mr_0^2} t + \frac{1}{2!} 0t^2 + \frac{1}{3!} 0t^3 - \\
 &- \frac{1}{4!} 4\omega_0 \frac{M^2}{m^2 r_0^4} t^4 + \dots = \omega_0 + \frac{M}{mr_0^2} t - \frac{\omega_0 M^2}{6m^2 r_0^4} t^4 + \dots
 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
 r &\approx \frac{1}{0!} r(0)t^0 + \frac{1}{1!} \frac{dr}{dt}(0)t^1 + \frac{1}{2!} \frac{d^2r}{dt^2}(0)t^2 + \\
 &+ \frac{1}{3!} \frac{d^3r}{dt^3}(0)t^3 + \frac{1}{4!} \frac{d^4r}{dt^4}(0)t^4 + \dots = \\
 &= r_0 + 0t + \frac{1}{2!} 0t^2 + \frac{1}{3!} 2\omega_0 \frac{M}{mr_0} t^3 + \frac{1}{4!} \frac{2M^2}{m^2 r_0^3} t^4 + \dots = \\
 &= r_0 + \frac{\omega_0 M}{3mr_0} t^3 + \frac{M^2}{12m^2 r_0^3} t^4 + \dots
 \end{aligned} \quad (3)$$

Вопрос о сходимости рядов здесь не рассматривается.

Смысл последних двух уравнений состоит в иллюстрации нелинейности динамики стабилизированного ротатора при нагружении его постоянным вращающим (тормозящим) моментом.

Подобно тому как при вынужденных колебаниях маятника частота не совпадает с собственной частотой, частота вращения стабилизированного ротатора при нагружении не совпадает с собственной частотой вращения.

Из (2) следует, что чем меньше момент M и больше m и r_0 , тем меньше отклонение частоты вращения ω от собственной ω_0 .

Второе замечательное свойство стабилизированного ротатора. (Первым является фиксированная собственная частота вращения (1) и ее совпадение с собственной частотой колебаний маятника).

При вынужденном вращении стабилизированного ротатора с постоянной частотой

$\omega = a\omega_0$ (a – безразмерный коэффициент) его радиальная динамика определяется уравнением

$$\frac{d^2r}{dt^2} = \left(\omega^2 - \frac{k}{m} \right) r = (a^2 \omega_0^2 - \omega_0^2) r = -(1 - a^2) \omega_0^2 r.$$

В зависимости от значения a возможны три варианта:

1. При $a < 1$ имеет место дифференциальное уравнение свободных гармонических незатухающих колебаний с собственной частотой:

$$\omega_a = \omega_0 \sqrt{1 - a^2}.$$

Таким образом, стабилизированный ротатор доставляет возможность управлять собственной частотой колебаний радиального осциллятора.

2. При $a = 1$

$$\frac{d^2r}{dt^2} = 0, \quad \frac{dr}{dt} = V = \text{const}, \quad r = r_{01} + Vt.$$

Колебания не происходят.

3. При $a > 1$

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = (a^2 - 1)\omega_0^2 r, \quad r = r_{01} e^{(\omega_0 \sqrt{a^2 - 1})t}.$$

Колебания не происходят.

Затухание колебаний в стабилизированном ротаторе принципиально не отличается от затухания в обычном маятнике.

Выбег ротатора в стабилизированном режиме. Минимальная полная энергия стабилизированного ротатора в стабилизированном режиме соответствует статическому смещению груза r_0 :

$$W_0 = K_0 + U_0 = 2K_0 = 2U_0 = kr_0^2.$$

Максимальная полная энергия теоретически не ограничена, а практически определяется конструктивно установленным максимальным радиусом r_m :

$$W_m = kr_m^2.$$

Пусть средняя за выбег мощность диссипативных потерь равна P .

Тогда время выбега составит

$$\tau = \frac{W_m - W_0}{P} = k \frac{r_m^2 - r_0^2}{P}.$$

Очевидно, что чем меньше P , тем меньше отклонение частоты вращения ω от собственной ω_0 .

Заключение

Предложена схема стабилизированного ротатора, обладающего фиксированной частотой вращения, не зависящая от момента импульса и момента инерции.

Это означает, что при нулевом вращающем моменте в стационарном режиме частота вращения стабилизированного ротатора не может быть произвольной и принимает единственное значение.

Другими особенностями стабилизированного ротатора являются идентичность формулы частоты вращения формуле частоты пружинного маятника, равенство кинетической и потенциальной энергий и вытекающее из этого равенство радиуса вращения груза величине деформации пружины.

Стабилизированный ротатор может использоваться для управления собственной частотой колебаний радиального осциллятора, хотя в этом качестве он может иметь сильную конкуренцию со стороны мехатронных систем.

Напротив, в качестве стабилизатора вращений его конкурентные возможности неоспоримы и определяются предельной простотой конструкции.

Список источников

1. Саяпин С.Н. О прецизионной угловой ориентации и стабилизации вращающейся антенны РЛС аэростатного базирования // Инженерный журнал: наука и инновации. 2021. № 3 (111). С. 58-63.
2. Садомцев Ю.В., Гривенев Д.А. Синтез цифрового регулятора для системы стабилизации скорости вращения вала генератора // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. № 9. С. 31-36.
3. Сейтбатталов Ш.Б., Есенбаев С.Х. Системы контроля турбины и генератора ТЭЦ // Автоматика. Информатика. 2020. № 1. С. 134-139.
4. Штейнмиллер О.А. Анализ практики применения модульных автоматических насосных станций в системах водоснабжения // Сантехника. 2020. № 1. С. 44-49.
5. Савушкин С.С., Муравьев А.В. Оценка технико-эксплуатационных характеристик опытного образца модульной насосной станции // Вестник мелиоративной науки. 2021. № 3. С. 105-110.
6. Смирнов В.Н. Пути совершенствования конструкций подвесных конвейеров автоматизированных производств // Научно-технические ведомости СПбГТУ. 2006. № 2 (44). С. 160-172.
7. Когут А.Т. Параметрическая идентификация и оценивание адекватности динамических моделей обрабатывающего станка // Омский научный вестник. 2006. № 2 (35). С. 103-106.
8. Мошонкин Н.Ю. Разработка ветрогенератора в воздуховод с искусственным и постоянным потоком воздуха // Энергетические системы. 2019. № 1. С. 408-414.
9. Бурков А.И., Матрунчик А.С. Опыт использования ветрогенератора для интегрированной энергетической установки // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Строительство и архитектура. 2014. № 1. С. 33-39.
10. Popov I.P. Application of the Symbolic (Complex) Method to Study Near-Resonance Phenomena // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. 2020. Vol. 49. No. 12. P. 1053-1063. DOI: 10.3103/S1052618820120122

References

1. Sayapin S.N. On precision angular orientation and stabilization of a rotating antenna of a balloon radar. *Inzhenerny zhurnal: nauka i innovatsii* [Engineering Journal: Science and Innovations], 2021, no. 3 (111), pp. 58-63. (In Russ.)
2. Sadomtsev Yu.V., Grivenov D.A. Synthesis of a digital controller for a system for stabilizing the speed of rotation of the generator shaft. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie* [Mechatronics, Automation, Control], 2011, no. 9, pp. 31-36. (In Russ.)

3. Seitbattalov Sh.B., Esenbaev S.Kh. Turbine and generator control systems at combined heat and power plants. *Avtomatika. Informatika* [Automation. Informatics], 2020, no. 1, pp. 134-139. (In Russ.)
4. Steinmiller O.A. Analysis of the practice of using modular automatic pumping stations in water supply systems. *Santekhnika* [Sanitary Engineering], 2020, no. 1, pp. 44-49. (In Russ.)
5. Savushkin S.S., Muravev A.V. Assessment of the technical and operational characteristics of a prototype of a modular pumping station. *Vestnik meliorativnoy nauki* [Bulletin of Amelioration], 2021, no. 3, pp. 105-110. (In Russ.)
6. Smirnov V.N. Ways to improve the design of suspended conveyors for automated production. *Nauchno-tekhnicheskie vedomosti SPbGTU* [St. Petersburg Polytechnic University Journal], 2006, no. 2 (44), pp. 160-172. (In Russ.)
7. Kogut A.T. Parametric identification and assessment of adequacy of dynamic models of a processing machine. *Omskiy nauchnyy vestnik* [Omsk Scientific Bulletin], 2006, no. 2 (35), pp. 103-106. (In Russ.)
8. Moshonkin N.Yu. Development of a wind generator in an air duct with artificial and constant air flow. *Energeticheskie sistemy* [Energy Systems], 2019, no. 1, pp. 408-414. (In Russ.)
9. Burkov A.I., Matrunchik A.S. Experience in using a wind generator for an integrated power plant. *Vestnik Permskogo natsionalnogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Stroitel'stvo i arkhitektura* [Bulletin of Perm National Research Polytechnic University. Construction and Architecture], 2014, no. 1, pp. 33-39. (In Russ.)
10. Popov I.P. Application of the symbolic (complex) method to study near-resonance phenomena. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2020, vol. 49, no. 12, pp. 1053-1063. DOI: 10.3103/S1052618820120122

Поступила 06.06.2022; принята к публикации 01.07.2022; опубликована 26.09.2022
Submitted 06/06/2022; revised 01/07/2022; published 26/09/2022

Попов Игорь Павлович – кандидат технических наук, доцент,
Курганский государственный университет, Курган, Россия.
Email: ip.popow@yandex.ru. ORCID 0000-0001-8683-0387

Igor P. Popov – PhD (Eng.), Associate Professor,
Kurgan State University, Kurgan, Russia.
Email: ip.popow@yandex.ru. ORCID 0000-0001-8683-0387