ОБРАБОТКА МЕТАЛЛОВ ДАВЛЕНИЕМ

УДК 621.7.01

DOI:10.18503/1995-2732-2016-14-4-42-49

КРИТЕРИЙ ПЛАСТИЧНОСТИ АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЫ
С УЧЕТОМ КРИСТАЛЛОГРАФИИ СТРУКТУРЫ
И ЕГО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКАЕрисов Я.А.¹, Гречников Ф.В.^{1,2}, Сурудин С.В.¹¹ Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева (Самарский университет), Самара, Россия² Самарский научный центр Российской академии наук (СамНЦ РАН), Самара, Россия**Аннотация**

Постановка задачи (актуальность работы): современные критерии пластичности позволяют с той или иной степенью точности проводить расчеты поведения анизотропных материалов при пластическом деформировании. Однако они не учитывают физических основ возникновения анизотропии свойств – кристаллического строения материала и текстурообразования при больших пластических деформациях. Следовательно, на основе данных критериев невозможно решить обратную задачу, т.е., исходя из требований пластического формообразования заготовок, определить наиболее эффективную кристаллографическую ориентацию структуры, которую необходимо сформировать в процессе производства полуфабрикатов. **Цель работы:** разработать критерий пластичности и определяющие соотношения теории пластичности для ортотропного материала с учетом констант кристаллической решетки и параметров преимущественной кристаллографической ориентации структуры для общего случая напряженного состояния. **Используемые методы:** критерий пластичности выведен на основе удельной потенциальной энергии формообразования с использованием элементов тензорного исчисления и теории инвариантов. Правильность основных соотношений разработанного варианта теории пластичности анизотропных сред подтверждена экспериментально путем сравнения кривых упрочнения, полученных при испытании на растяжение образцов, вырезанных вдоль и поперек направления прокатки, и расчетным путем. **Новизна:** разработаны основные уравнения теории пластичности ортотропной среды, учитывающие в явном виде кристаллографическую природу анизотропии свойств. **Результаты:** установлено, что для определения зависимостей между интенсивностью напряжений и деформаций в различных направлениях достаточно построить кривую упрочнения в одном из направлений и, зная ориентационные факторы текстуры и параметры кристаллической решетки, получить функциональные связи в других направлениях. При этом погрешность расчетов составляет не более 2–3%. **Практическая значимость:** предложенный вариант теории пластичности позволяет проектировать состав компонент текстуры материала, обеспечивающий повышение технологических и эксплуатационных характеристик изделия.

Ключевые слова: анизотропия, критерий пластичности, кристаллическая решетка, текстура, кристаллографическая ориентировка, кривая упрочнения, испытание на растяжение.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №16-38-00495.

Введение

Одной из характеристик, присущих большинству металлов, является анизотропия их свойств, обусловленная кристаллическим строением вещества и последующим его текстурообразованием при больших пластических деформациях [1]. Однако при анализе и расчетах про-

цессов обработки металлов давлением в настоящее время в качестве одной из основных гипотез все еще используется допущение об изотропности деформируемого тела. Эта гипотеза хотя и упрощает решение целого ряда задач обработки металлов давлением, но не отвечает, в сущности, реальным условиям деформирования.

Отказ от допущения изотропности среды позволяет обобщить теорию расчетов пластиче-

ского формоизменения и получить новые возможности эффективного использования направленности свойств материала [2–5]. Несмотря на то, что в последнее время теоретическим и экспериментальным исследованиям в области пластического деформирования анизотропных тел уделяется все большее внимание [6], все же имеется ряд нерешенных вопросов. Эти вопросы связаны, прежде всего, с дальнейшей разработкой положений теории пластичности анизотропных сред в форме, пригодной для инженерного применения в технологических расчетах.

Р. Мизесом впервые был предложен вариант критерия пластичности при произвольной анизотропии, который представляет собой квадратичную функцию от напряжений, не зависящую от всестороннего равномерного давления [7]. Однако физический смысл входящих в данную функцию коэффициентов был частично раскрыт только Р. Хиллом, который предложил для ортотропного материала определять их через пределы текучести при линейном растяжении вдоль главных осей анизотропии [8]. Проверка данного критерия пластичности подтвердила его применимость в основном для описания поведения сталей [9], поэтому для других материалов Р. Хилл предложил неквадратичный критерий пластичности [10]. Однако данный критерий не учитывает касательных напряжений и поэтому применим только для случая, когда направление главных нормальных напряжений совпадает с осями анизотропии. Данный недостаток был устранен Ф. Барлатом, который для случая плоского напряженного состояния предложил обобщенный критерий, учитывающий касательные напряжения [11].

Дальнейшее развитие критерия Р. Мизеса получил в работах [12, 13], в которых для случая общего напряженного состояния входящие в него коэффициенты выражены через коэффициенты поперечной деформации (аналогичные коэффициентам Пуассона только в пластической области), исходя из равенства инвариантов материального тензора изотропного и анизотропного тела.

Также Ф. Барлатом для произвольного напряженного состояния на основе изотропного критерия был разработан критерий пластичности, в котором тензор напряжений выражается через координаты, параллельные осями анизотропии [14]. Обобщением данного критерия является условие пластичности, полученное преобразованием тензора напряжений при помощи

весовых коэффициентов [15].

Данный подход аналогичен линейному преобразованию тензора (или девиатора) напряжений, которое позволяет использовать любой изотропный критерий пластичности для описания поведения ортотропного материала. При этом анизотропия свойств описывается компонентами материального тензора 4-го порядка. Двойным линейным преобразованием был получен анизотропный критерий пластичности для плоского напряженного состояния материалов, пределы текучести на сжатие и растяжение которых одинаковы [16]. Линейным преобразованием были получены и другие критерии пластичности для случая общего напряженного состояния [17, 18].

Другой подход, предложенный в работах [19, 20], заключается в преобразовании изотропного критерия пластичности к ортотропному заменой входящих в него инвариантов девиатора напряжений на аналогичные обобщенные для анизотропной среды инварианты, выведенные на основании теории представлений тензорной функции.

В общем современные критерии пластичности в отличие от более ранних, выведенных для описания поведения практически любого металла, позволяют учесть особенности конкретных групп материалов. При этом их высокая точность достигается за счет большого количества коэффициентов анизотропии (до 18), для определения которых требуется проведение многочисленных механических испытаний при различных условиях нагружения [21].

Кроме того, хотя используемые коэффициенты и характеризуют анизотропию деформационных характеристик материала, они не учитывают физических основ возникновения анизотропии свойств, т.е. кристаллографической ориентации структуры. А значит – не позволяют решить обратную задачу, т.е., исходя из требований пластического формообразования заготовок или особенностей эксплуатации изделий, определить наиболее эффективный состав компонент текстуры, который необходимо сформировать в процессе производства в конструкционных материалах.

В данной работе на основе энергетического подхода получен критерий пластичности и определяющие соотношения теории пластичности ортотропного материала с учетом констант кристаллической решетки и параметров преимущественной кристаллографической ориентации структуры для общего случая напряженного состояния, а также проведена их экспериментальная проверка.

Теоретические положения

Наиболее часто в обработке металлов давлением используется энергетическое условие пластичности Губера-Мизеса [22]. Согласно этой теории пластическая деформация начинается тогда, когда количество удельной потенциальной энергии формоизменения U_ϕ , накопленной деформированным элементом, достигает своего предельного значения U_ϕ^m :

$$F = U_\phi - U_\phi^m = 0. \quad (1)$$

Выразим потенциальную энергию изменения формы U_ϕ как разность полной потенциальной энергии деформации и энергии изменения объема:

$$U_\phi = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} - \frac{1}{6} \sigma_{ii} \varepsilon_{jj}, \quad (2)$$

где σ_{ij} и ε_{ij} – тензоры напряжений и деформаций соответственно.

Тензор деформаций можно записать, используя обобщенный закон Гука:

$$\varepsilon_{ij} = S_{ijkl} \sigma_{kl}, \quad (3)$$

где S_{ijkl} – тензор модулей податливости относительно главных осей анизотропии (для листового материала ось 1 совпадает с направлением прокатки, ось 2 – поперечное направление и ось 3 – направление по толщине).

$$K_{ijkl} = \begin{bmatrix} \eta_{12} + \eta_{31} & -\eta_{12} & -\eta_{31} & 0 & 0 & 0 \\ -\eta_{12} & \eta_{12} + \eta_{23} & -\eta_{23} & 0 & 0 & 0 \\ -\eta_{31} & -\eta_{23} & \eta_{23} + \eta_{31} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4\left(\frac{5}{2} - \eta_{23}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4\left(\frac{5}{2} - \eta_{31}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4\left(\frac{5}{2} - \eta_{12}\right) \end{bmatrix}; \quad (7)$$

η_{ij} – обобщенные показатели анизотропии:

$$\eta_{ij} = 1 - \frac{15(A' - 1)}{3 + 2A'} \left(\Delta_i + \Delta_j - \Delta_k - \frac{1}{5} \right). \quad (8)$$

Выразим компоненты тензора S_{ijkl} через тензор модулей податливости S'_{pqrs} , отнесенный к кристаллографическим осям [001], [010] и [100] кристаллической решетки [23]:

$$\begin{aligned} S_{iiii} &= S'_{1111} - 4S'_{2323}(A' - 1)\Delta_i; \\ S_{ijij} &= S'_{1122} - 2S'_{2323}(A' - 1)(\Delta_k - \Delta_i - \Delta_j); \\ S_{ijji} &= S'_{2323} - 2S'_{2323}(A' - 1)(\Delta_k - \Delta_i - \Delta_j), \end{aligned} \quad (4)$$

где A' – параметр анизотропии кристаллической решетки:

$$A' = \frac{S'_{1111} - S'_{1122}}{2S'_{2323}}; \quad (5)$$

Δ_i – ориентационные факторы (параметры) текстуры, которые определяются при обработке обратных полюсных фигур, получаемых съемкой на дифрактометре [24].

Предполагая, что закон Гука справедлив вплоть до наступления предельного состояния пластичности, и подставляя (3)–(4) в выражение (2), получим потенциальную энергию формоизменения ортотропного материала в общем случае напряженного состояния:

$$U_\phi = \frac{S'_{2323}}{15} (3 + 2A') K_{ijkl} \sigma_{ij} \sigma_{kl}, \quad (6)$$

где K_{ijkl} – материальный тензор:

Из выражения (8) очевидно, что анизотропия материала обусловлена анизотропией кристаллической решетки A' (химическим составом) и кристаллографической текстурой Δ_i (режимами обработки). При этом в зависимости от параметра A' свойства материала отличаются от свойств изотропных тел даже при одинаковом характере текстуры. Для изотропной среды при $A'=1$ и/или $\Delta_i=1/5$ [26] обобщенные показатели анизотропии $\eta_{ij}=1$.

Для того чтобы все выражения теории были инвариантными, необходимо принять энергию формоизменения ортотропного тела равной соответствующей энергии изотропного материала:

$$U_{\phi}^{izo} = \frac{2}{15} S'_{2323} (3 + 2A') \sigma_i^2, \quad (9)$$

где σ_i – интенсивность напряжений.

Приравняв правые части выражений (6) и (9), определим величину интенсивности напряжений ортотропного материала через константы кристаллической решетки и параметры текстуры:

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \eta_{12} (\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + \eta_{23} (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + \eta_{31} (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + \right. \\ \left. + 4 \left[\left(\frac{5}{2} - \eta_{12} \right) \sigma_{12}^2 + \left(\frac{5}{2} - \eta_{23} \right) \sigma_{23}^2 + \left(\frac{5}{2} - \eta_{31} \right) \sigma_{31}^2 \right] \right\}^{1/2}. \quad (10)$$

При анализе процессов листовой штамповки можно принять, что кристаллографическая ориентация структуры не изменяется при деформировании, т.е. $\eta_{ij} = const$ [25]. Тогда, дифференцируя уравнение (10) согласно ассоциированному закону пластического течения [26], получим следующие уравнения связи деформаций и напряжений:

$$\begin{aligned} d\varepsilon_{11} &= \frac{1}{2} \frac{d\lambda}{\sigma_i} [\eta_{12} (\sigma_{11} - \sigma_{22}) - \eta_{31} (\sigma_{33} - \sigma_{11})]; \\ d\varepsilon_{22} &= \frac{1}{2} \frac{d\lambda}{\sigma_i} [\eta_{23} (\sigma_{22} - \sigma_{33}) - \eta_{12} (\sigma_{11} - \sigma_{22})]; \\ d\varepsilon_{33} &= \frac{1}{2} \frac{d\lambda}{\sigma_i} [\eta_{31} (\sigma_{33} - \sigma_{11}) - \eta_{23} (\sigma_{22} - \sigma_{33})]; \\ d\varepsilon_{12} &= 2 \frac{d\lambda}{\sigma_i} \left(\frac{5}{2} - \eta_{12} \right) \sigma_{12}; \quad d\varepsilon_{23} = 2 \frac{d\lambda}{\sigma_i} \left(\frac{5}{2} - \eta_{23} \right) \sigma_{23}; \\ d\varepsilon_{31} &= 2 \frac{d\lambda}{\sigma_i} \left(\frac{5}{2} - \eta_{31} \right) \sigma_{31}, \end{aligned} \quad (11)$$

где $d\lambda$ – неопределенный множитель Лагранжа.

Выражая напряжения из уравнений (11) и подставляя полученные зависимости в выражение для интенсивности напряжений (10), определим величину приращения интенсивности деформаций $d\varepsilon_i$:

$$\begin{aligned} d\varepsilon_i = d\lambda = \sqrt{2} \left\{ \left(\frac{1}{\eta_{12}} + \frac{1}{\eta_{23}} + \frac{1}{\eta_{31}} \right)^{-2} \left[\frac{1}{\eta_{12}} \left(\frac{d\varepsilon_{11}}{\eta_{31}} - \frac{d\varepsilon_{22}}{\eta_{23}} \right)^2 + \frac{1}{\eta_{23}} \left(\frac{d\varepsilon_{22}}{\eta_{12}} - \frac{d\varepsilon_{33}}{\eta_{31}} \right)^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{\eta_{31}} \left(\frac{d\varepsilon_{33}}{\eta_{23}} - \frac{d\varepsilon_{11}}{\eta_{12}} \right)^2 \right] + \frac{1}{4} \left[\frac{d\varepsilon_{12}^2}{\frac{5}{2} - \eta_{12}} + \frac{d\varepsilon_{23}^2}{\frac{5}{2} - \eta_{23}} + \frac{d\varepsilon_{31}^2}{\frac{5}{2} - \eta_{31}} \right] \right\}^{1/2}. \quad (12) \end{aligned}$$

Нетрудно показать, что для изотропной среды ($\eta_{ij}=1$) выражения (10), (11) и (12) принимают классический вид.

При простом нагружении, когда отношение компонент напряжений в процессе деформирования не изменяется, между приращениями деформаций наблюдается линейная зависимость. Тогда в формулах (13)–(15) приращения деформаций можно заменить конечными деформациями.

Экспериментальная проверка

Одним из проявлений анизотропии свойств материала является то, что кривые упрочнения, полученные при испытаниях на одноосное растяжение образцов, вырезанных под различными углами к направлению прокатки, неодинаковы. Воспользуемся данной особенностью для экспериментальной проверки разработанных соотношений теории пластичности анизотропных сред.

Введем интенсивности напряжений в направлении прокатки (НП) σ_{i1} , поперечном направлении (ПН) σ_{i2} и направлении нормали плоскости листа (НН) σ_{i3} , которые удовлетворяют следующим условиям при простом растяжении:

$$\begin{aligned}\sigma_{i1} &= \sigma_{11} \text{ при } \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma_{12} = \sigma_{23} = \sigma_{31} = 0; \\ \sigma_{i2} &= \sigma_{22} \text{ при } \sigma_{11} = \sigma_{33} = \sigma_{12} = \sigma_{23} = \sigma_{31} = 0; \\ \sigma_{i3} &= \sigma_{33} \text{ при } \sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{12} = \sigma_{23} = \sigma_{31} = 0.\end{aligned}\quad (13)$$

Подставляя выражения (16) в условие (12), получим:

$$\begin{aligned}\sigma_i &= \frac{\sqrt{\eta_{12} + \eta_{31}}}{\sqrt{2}} \sigma_{i1} = \frac{\sqrt{\eta_{12} + \eta_{23}}}{\sqrt{2}} \sigma_{i2} = \\ &= \frac{\sqrt{\eta_{23} + \eta_{31}}}{\sqrt{2}} \sigma_{i3},\end{aligned}\quad (14)$$

аналогичные выражения можно получить и для интенсивности деформаций:

$$\begin{aligned}\varepsilon_i &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\eta_{12} + \eta_{31}}} \varepsilon_{i1} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\eta_{12} + \eta_{23}}} \varepsilon_{i2} = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\eta_{23} + \eta_{31}}} \varepsilon_{i3}.\end{aligned}\quad (15)$$

Как видно из полученных выражений (14)–(15), в отличие от изотропных сред интенсивности напряжений и деформаций анизотропного материала не совпадают с величинами напряжений и деформаций линейного растяжения и зависят от параметров кристаллической решетки и ориентационных факторов текстуры.

Таким образом, для подтверждения правильности соотношений (14)–(15), а значит и (10), (12), необходимо в условиях линейной схемы напряжений построить кривые упрочнения во взаимно-перпендикулярных направлениях и проверить возможность перехода их друг в друга при учете обобщенных показателей анизотропии.

Испытания для построения кривых упрочнения проводились на плоских образцах толщиной 1,8 мм из алюминиевого сплава АМг5. Размеры образцов выбирались в соответствии с ГОСТ 11701-84. Образцы вырезались под углами 0 и 90° к направлению прокатки. На каждое направление испытывались по 3 образца, результаты испытаний усреднялись. Растяжение образцов производилось на универсальной испытательной машине Testometric FS150AX.

Ориентационные факторы текстуры ($\Delta_1=0,140$; $\Delta_2=0,165$; $\Delta_3=0,169$) листов из АМг5 определены на основании обратных полюсных фигур (рис. 1). Плоскость съемки полюсных фигур была параллельна плоскости листа. Текстура была исследована методом «на отражение» с использованием рентгеновского дифрактометра ДРОН-7 в CoK_α -излучении.

Рис. 1. Обратные полюсные фигуры сплава АМг5

Результаты испытаний на растяжение плоских образцов из сплава АМг5 приведены на рис. 2. По точкам экспериментальных кривых упрочнения продольных образцов определялись значения кривых упрочнения в поперечном направлении. Кривые упрочнения, построенные по результатам вычислений, представлены пунктирными линиями. Сопоставление расчетных зависимостей и результатов испытаний поперечных образцов показывает, что разница их незначительна и не превышает 2–3%.

Рис. 2. Кривые упрочнения при одноосном растяжении продольных и поперечных образцов из сплава АМг5: 1 — продольные образцы; 2 — поперечные образцы (эксперимент); 3 — поперечные образцы (расчетные значения)

Заключение

В отличие от применяемых в технологических расчетах процессов пластического деформирования феноменологических критериев пластичности, не учитывающих параметров реального строения материалов, предложенный вариант теории пластичности позволяет: определять технологические характеристики процессов пластического формообразования с учетом констант кристаллической решетки и ориентационных факторов текстуры; проектировать кристаллографическую ориентацию структуры материалов в зависимости от требований процессов пластического формообразования или эксплуатации изделий. Правильность основных соотношений разработанного варианта теории пластичности анизотропных сред подтверждена экспериментально, при этом погрешность расчетов составляет не более 2–3%.

Также установлено, что для определения зависимостей между интенсивностью напряжений и деформаций в различных направлениях доста-

точно построить кривую упрочнения в одном из направлений и, зная ориентационные факторы текстуры и параметры кристаллической решетки, получить функциональные связи в других направлениях.

Список литературы

1. Truskowski W. (2001), The Plastic Anisotropy in Single Crystals and Polycrystalline Metals, Springer, Netherlands.
2. Hutchinson W.B., Oscarsson A. and Karlsson A. (1989), "Control of microstructure and earing behaviour in aluminium alloy AA 3004 hot bands", Mater. Sci. Tech., 5, pp. 1118–1127.
3. Banabic D, Bunge H.J., Pohlandt K. and Tekkaya A.E. (2000), Formability Of Metallic Materials: Plastic Anisotropy, Formability Testing, Forming Limits, Springer, Berlin, Germany.
4. Engler O. and Hirsch J., (2002) "Texture control by thermo-mechanical processing of AA6xxx Al-Mg-Si sheet alloys for automotive applications - a review", Materials Science and Engineering A, 336, pp. 249–262.
5. Hirsch J., Al-Samman T. (2013) "Superior light metals by texture engineering: Optimized aluminum and magnesium alloys for automotive applications", Acta Materialia, 61, pp. 818–843.
6. Banabic D. (2010), Sheet Metal Forming Processes. Constitutive Modelling and Numerical Simulation, Springer, Berlin, Germany.
7. Mises R. 1928. Mechanik der plastischen Formänderung von Kristallen. ZAMM. 8, 161–185.
8. Hill R. 1948. A theory of the yield and plastic flow of anisotropic metals. Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. 193, pp. 281–297.
9. Woodthorpe, J., Pearce, R. 1970. The anomalous Behavior of Aluminum Sheet under Balance Biaxial Tension. Int. J. Mech. Sci. 12, pp. 341–347.
10. Hill R. (1979), "Theoretical plasticity of textured aggregates", Math. Proc. Cambridge Philos. Soc., pp. 179–191.
11. Barlat F., Lian J. 1989. Plastic Behavior and Stretchability of Sheet Metals. Part 1: Yield Function for Orthotropic Sheets under Plane Stress Conditions. Int. J. Plasticity. 5, pp. 51–66.
12. Арышенский Ю.М., Калужский И.И., Уваров В.В. Некоторые вопросы теории пластичности ортотропных сред // Изв. вузов. Авиационная техника. 1969. №2. С. 15–18.
13. Арышенский Ю.М., Гречников Ф.В., Арышенский В.Ю. Определение требований к анизотропии листов в зависимости от вида их последующей штамповки // Кузнечно-штамповочное производство. 1990. №3. С. 16–19.
14. Barlat F., Lege D.J., Brem J.C. 1991. A six-component yield function for anisotropic materials. Int. J. Plasticity. 7, pp. 693–712.
15. Karafillis A.P., Boyce M.C. 1993. A general anisotropic yield criterion using bounds and a transformation weighting tensor. J. Mech. Phys. Solids. 41, pp. 1859–1886.
16. Barlat F., Brem J.C., Yoon J.W., Chung K., Dick R.E., Lege D.J., Pourboghra F., Choi S.-H., Chu E. 2003. Plane stress yield function for aluminum alloy sheet. Part 1: Theory. Int. J. Plasticity. 19, pp. 1297–1319.
17. Barlat F., Aretz H., Yoon J.W., Karabrin M.E., Brem J.C. and Dick R.E. (2005), "Linear transformation based anisotropic yield functions", Int. J. Plasticity, 21, pp. 1009–1039.
18. Bron F., Besson J. 2003. A yield function for anisotropic materials. Application to aluminum alloys. Int. J. Plasticity. 20, pp. 937–963.
19. Cazacu O., Barlat F. 2001. Generalization of Drucker's yield criterion to orthotropy. Mathematics and Mechanics of Solids. 6, pp. 613–630.
20. Cazacu O., Barlat F. 2003. Application of representation theory to describe yielding of anisotropic aluminum alloys. Int. J. of Engng. Sci. 41, pp. 1367–1385.

21. Soare S. Banabic D. 2008. About mechanical data required to describe the anisotropy of thin sheets to correctly predict the earing of deep-drawn cups. *Int. J. Plasticity*. 4, pp. 34–37.
22. Hosford W.F. *Mechanical Behavior of Materials*. New-York, Cambridge University Press. 2005.
23. Адамеску Р.А., Гельд П.В., Митюшов Е.А. Анизотропия физических свойств металлов. М.: Металлургия, 1985. 136 с.
24. Гречников Ф.В. Деформирование анизотропных материалов. М.: Машиностроение, 1998. 446 с.
25. Hill R. *The Mathematical Theory of Plasticity*. New-York, Oxford University Press. 1950.
26. Арышенский Ю.М. Теория листовой штамповки анизотропных материалов. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1973. 112 с.

Материал поступил в редакцию 25.10.16

INFORMATION ABOUT THE PAPER IN ENGLISH

DOI:10.18503/1995-2732-2016-14-4-42-49

ANISOTROPIC MEDIUM YIELD FUNCTION ALLOWING FOR THE CRYSTALLOGRAPHIC STRUCTURE AND ITS EXPERIMENTAL VERIFICATION

Yaroslav A. Erisov – Ph.D. (Eng.), Associate Professor

Samara University, Samara, Russia. E-mail: yaroslav.erisov@mail.ru. ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-9750-8211>

Fedor V. Grechnikov – D.Sc. (Eng.), Academician of RAS, First Deputy Chairman of Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences, Head of Metal Forming Department

Samara University, Samara, Russia. E-mail: gretch@ssau.ru. ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-3767-4004>

Sergei V. Surudin – Ph.D. (Eng.), Engineer at the Metal Forming Department

Samara University, Samara, Russia. E-mail: innosam63@gmail.com. ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-2479-2316>

Abstract

Problem Statement (Relevance): The current yield criteria enable to predict the behavior of anisotropic materials under plastic deformation conditions. However, they do not appear to allow for the physical basis of anisotropy, i.e. the crystalline structure of the material and the texture formed under severe plastic strain. Therefore, it would not be possible to solve the inverse problem using the above criteria. In other words, we cannot use the above criteria to determine what crystalline structure, which has to be obtained in semi-finished products, would be most adequate to the requirements of metal forming processes. **Objectives:** The objective is to derive a plasticity criterion and constitutive assumptions of the plasticity theory for orthotropic material allowing for the lattice constants and the parameters of the predominant crystallographic structure typical of the stress state. **Methods Applied:** The plasticity criterion was derived based on the specific distortion strain energy and using some tensor calculus and invariant theory elements. The constitutive assumptions of the anisotropic medium plasticity theory were proved to be correct through experiment. The experiment was based on the comparison between the hardening curve obtained as a result of the tensile testing of longitudinal and transverse samples and the calculated curve. **Originality:** Basic equations of the orthotropic medium plasticity theory were developed, which explicitly account for the crystallographic nature of anisotropy. **Findings:** It was established that in order to determine the relationships between stress and strain in different directions, one needs to build a hardening curve in just one direction. And then, based

on the texture orientation and the crystal lattice parameters, one can obtain the hardening curves for the other directions. In this case the calculation error does not appear to be more than 2-3%. **Practical Relevance:** The proposed variant of the plasticity theory allows to ensure improved processability and performance of the products by designing the texture components.

Keywords: Anisotropy, yield criterion, crystal lattice, texture, crystallographic orientation, hardening curve, tension test.

This research was conducted as part of Research Project No. 16-38-00495 with support from the Russian Foundation for Basic Research.

References

1. Truszkowski W. (2001), *The Plastic Anisotropy in Single Crystals and Polycrystalline Metals*, Springer, Netherlands.
2. Hutchinson W.B., Oscarsson A. and Karlsson A. (1989) Control of microstructure and earing behaviour in aluminium alloy AA 3004 hot bands, *Mater. Sci. Tech.*, 5, pp. 1118-1127.
3. Banabic D, Bunge H.J., Pohlandt K. and Tekkaya A.E. (2000), *Formability Of Metallic Materials: Plastic Anisotropy, Formability Testing, Forming Limits*, Springer, Berlin, Germany.
4. Engler O. and Hirsch J., (2002) Texture control by thermomechanical processing of AA6xxx Al-Mg-Si sheet alloys for automotive applications - a review, *Materials Science and Engineering A*, 336, pp. 249-262.
5. Hirsch J., Al-Samman T. (2013) Superior light metals by texture engineering: Optimized aluminum and magnesium alloys for automotive applications, *Acta Materialia*, 61, pp. 818-843.
6. Banabic D. (2010), *Sheet Metal Forming Processes. Constitutive Modelling and Numerical Simulation*, Springer, Berlin, Germany.
7. Mises R. 1928. *Mechanik der plastischen Formänderung von*

- Kristallen. ZAMM. 8, 161-185.
8. Hill R. 1948. A theory of the yield and plastic flow of anisotropic metals. Proc. Roy. Soc. London. Ser A. 193, pp. 281-297.
 9. Woodthorpe, J., Pearce, R. 1970. The anomalous Behavior of Aluminum Sheet under Balance Biaxial Tension. Int. J. Mech. Sci. 12, pp. 341-347.
 10. Hill R. (1979) Theoretical plasticity of textured aggregates, Math. Proc. Cambridge Philos. Soc., pp. 179-191.
 11. Barlat F., Lian J. 1989. Plastic Behavior and Stretchability of Sheet Metals. Part 1: Yield Function for Orthotropic Sheets under Plane Stress Conditions. Int. J. Plasticity. 5, pp. 51-66.
 12. Aryshenskii Yu.M., Kaluzhskii I.I. and Uvarov V.V. Some issues of the orthotropic medium plasticity theory. *Izvestiya vuzov. Aviatcionnaya Tekhnika* [Proceedings of Russian universities: Aviation Engineering], 1969, no. 2, pp. 15-18. (In Russ.)
 13. Aryshenskii Yu.M., Grechnikov F.V. and Aryshenskii V.Yu. Identifying sheet anisotropy requirements depending on further forming. *Kuznechno-shtampovoe roizvodstvo* [Die forging], 1990, no. 3, pp. 16-19. (In Russ.)
 14. Barlat F., Lege D.J., Brem J.C. 1991. A six-component yield function for anisotropic materials. Int. J. Plasticity. 7, pp. 693-712.
 15. Karafillis A.P., Boyce M.C. 1993. A general anisotropic yield criterion using bounds and a transformation weighting tensor. J. Mech. Phys. Solids. 41, pp. 1859-1886.
 16. Barlat F., Brem J.C., Yoon J.W., Chung K., Dick R.E., Lege D.J., Pourboghrat F., Choi S.-H., Chu E. 2003. Plane stress yield function for aluminum alloy sheet. Part 1: Theory. Int. J. Plasticity. 19, pp. 1297-1319.
 17. Barlat F., Aretz H., Yoon J.W., Karabin M.E., Brem J.C. and Dick R.E. (2005), "Linear transformation based anisotropic yield functions", Int. J. Plasticity, 21, pp. 1009-1039.
 18. Bron F., Besson J. 2003. A yield function for anisotropic materials. Application to aluminum alloys. Int. J. Plasticity. 20, pp. 937-963.
 19. Cazacu O., Barlat F. 2001. Generalization of Drucker's yield criterion to orthotropy. Mathematics and Mechanics of Solids. 6, pp. 613-630.
 20. Cazacu O., Barlat F. 2003. Application of representation theory to describe yielding of anisotropic aluminum alloys. Int. J. of Engng. Sci. 41, pp. 1367-1385.
 21. Soare S. Banabic D. 2008. About mechanical data required to describe the anisotropy of thin sheets to correctly predict the earing of deep-drawn cups. Int. J. Plasticity. 4, pp. 34-37.
 22. Hosford W.F. Mechanical Behavior of Materials. New-York, Cambridge University Press. 2005.
 23. Adamesku R.A., Geld P.V., Mityushov E.A. The anisotropy of the physical properties of metals. Moscow: Metallurgiya, 1985, 136 p. (In Russ.)
 24. Grechnikov F.V. Deformation of anisotropic materials. M.: Mashinostroenie, 1998, 446 p. (In Russ.)
 25. Hill R. The Mathematical Theory of Plasticity. New-York, Oxford University Press. 1950.
 26. Aryshenskii Yu.M. The theory of anisotropic sheet metal stamping. Publishing House of Saratov University, 1973, 112 p. (In Russ.)

Received 25/10/16

Ерисов Я.А., Гречников Ф.В., Сурудин С.В. Критерий пластичности анизотропной среды с учетом кристаллографии структуры и его экспериментальная проверка // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова. 2016. Т.14. №4. С. 42–49. doi:10.18503/1995-2732-2016-14-4-42-49

Erisov Ya.A., Grechnikov F.V., Surudin S.V. Anisotropic medium yield function allowing for the crystallographic structure and its experimental verification. *Vestnik Magnitogorskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta im. G.I. Nosova* [Vestnik of Nosov Magnitogorsk State Technical University]. 2016, vol. 14, no. 4, pp. 42–49. doi:10.18503/1995-2732-2016-14-4-42-49