

МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕТАЛЛУРГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

УДК 536.082

Дубский Г.А., Вдовин К.Н., Нефедьев А.А., Дубская Т.Я.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ТВЕРДЫХ ТЕЛ МЕТОДОМ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ТЕПЛОВЫХ ВОЛН

Введение

Теплофизические свойства (теплопроводность, температуропроводность, теплоемкость) являются важнейшими параметрами твердых тел (металлов и неметаллов), определяющими в значительной мере их расход, область применения, а также конструкцию и качество работы агрегатов. Знание теплофизических свойств твердых тел особенно возросло в последние годы в связи с интенсификацией металлургических и других технологических процессов.

В настоящее время особую актуальность приобрели методы высокотемпературных исследований теплофизических свойств твердых тел, использующие периодические способы возбуждения тепловых потоков в исследуемых материалах, позволяющих измерять в одной экспериментальной установке комплекс теплофизических параметров с высокой точностью.

Существует несколько методов, основанных на использовании установившихся периодических колебаний температуры: метод радиальных температурных волн, метод плоских температурных волн для пластин и стержня. Теория некоторых из этих методов, их экспериментальное осуществление изложены в монографии [1].

Для измерения теплофизических свойств цилиндрических образцов наиболее пригодным является метод периодических колебаний температуры. Суть данного метода заключается в создании на одной из торцовых поверхностей цилиндра периодических колебаний температуры с помощью периодического источника тепла. Температурная волна, распространяясь вглубь по оси образца, затухает и регистрируется на ее противоположной границе (рис. 1). Сдвиг фаз между периодическим колебанием тепла на одной из границ и колебанием температуры на противоположной границе образца (рис. 2) в условиях малого влияния теплообмена однозначно связан с его температуропроводностью.

В том случае, когда известна периодически вводимая в образец мощность и величина амплитуды колебаний температуры на поверхности, можно определить теплоемкость, а следовательно, и теплопроводность, а также электропроводность, используя при этом закон Видемана-Франца-Лоренца.

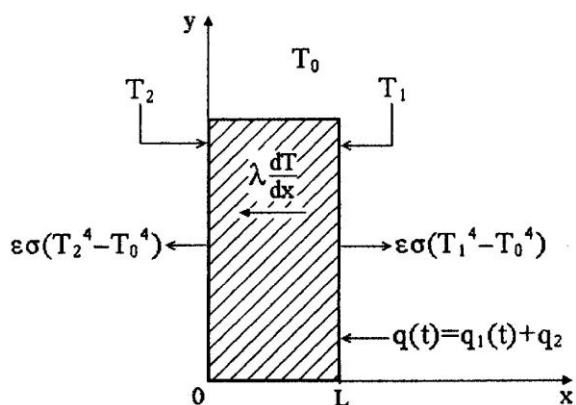


Рис. 1. Картина распределения потоков тепла в исследуемом образце

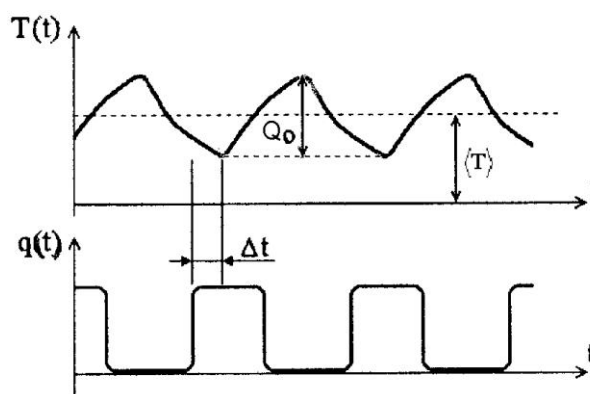


Рис. 2. Временные зависимости колебаний температуры $\Theta(t)$ и мощности светового потока $q(t)$

Теория

Для получения аналитического выражения распространения установившихся колебаний температуры в цилиндрическом коротком образце в направлении оси следует решить одномерное уравнение теплопроводности при следующих граничных условиях (см. рис. 1):

$$a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial T}{\partial t}; \tag{1}$$

1) на границе пластины $x=L$ тепловой поток изменяется по периодическому закону

$$q(t) = q_1(t) + q_2 = \lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=L} + \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T_1^4 + T_0^4); \tag{2}$$

2) на противоположной границе пластины $x=0$

$$\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T_2^4 + T_0^4), \tag{3}$$

где $q(t)$ – полный тепловой поток; $q_1(t)$ и q_2 – его переменная и постоянная составляющие; T_1 и T_2 – температуры на соответствующих границах пластины; T_0 – температура окружающей среды; ε – степень черноты; σ – постоянная Стефана-Больцмана; a – коэффициент температуропроводности ($a = \lambda / \rho C_p$).

Представленная система уравнений (1)–(3) отражает математическую модель распространения периодического потока тепловой энергии вглубь цилиндрического образца по его оси, возбуждаемого на одном из двух его торцов. При этом предполагается, что поверхностная плотность потока энергии распределена равномерно.

Для решения уравнения (1) при условиях (2) и (3) необходимо представить температуру в виде суммы постоянной и переменной составляющих, соответствующих постоянной и переменной составляющим мощности, т. е.

$$T(x, t) = T(x) + v(x, t), \tag{4}$$

где $T(x)$ – стационарная, $v(x, t)$ – переменная составляющая температуры.

Учитывая зависимость (4), можно получить следующую систему уравнений для переменной составляющей температуры:

$$\begin{cases} a \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial v(x, t)}{\partial t}; \end{cases} \tag{5}$$

$$\begin{cases} q_1 = \lambda \left. \frac{\partial v(x, t)}{\partial x} \right|_{x=L} + \alpha_1 \cdot v(x, t); \end{cases} \tag{6}$$

$$\begin{cases} \lambda \left. \frac{\partial v(x, t)}{\partial x} \right|_{x=0} = \alpha_2 \cdot v(x, t), \end{cases} \tag{7}$$

где $\alpha_1 = 4\varepsilon\sigma T^3(L)$; $\alpha_2 = 4\varepsilon\sigma T^3(0)$.

В силу того, что изменение потока тепла на границе периодическое, его можно представить в виде гармонического ряда Фурье в удобной для решения комплексной форме

$$q_1 = q_0 e^{i\omega t}, \tag{8}$$

где q_0 – амплитудное значение потока тепла; ω – циклическая частота изменения мощности.

Соответственно температура для переменной составляющей будет иметь вид

$$v(x, t) = \Theta(x) e^{i\omega t}. \tag{9}$$

Подстановка (8) и (9) в (5)–(7) дает для $\Theta(x)$

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \Theta(x)}{\partial x^2} - i \frac{\omega}{a} \Theta(x) = 0; \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} q_0 = \lambda \frac{\partial \Theta(x)}{\partial x} \Big|_{x=L} + \alpha_1 \cdot \Theta(x); \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} \lambda \frac{\partial \Theta(x)}{\partial x} \Big|_{x=0} = \alpha_2 \cdot \Theta(0). \end{cases} \quad (12)$$

Решением уравнения (10) является выражение

$$\Theta(x) = C_1 e^{\sqrt{\frac{\omega}{a}} x} + C_2 e^{-\sqrt{\frac{\omega}{a}} x}. \quad (13)$$

Коэффициенты C_1 и C_2 могут быть найдены из граничных условий (11) и (12).

$$C_1 = \frac{q_0 L}{\lambda} \frac{\chi \sqrt{1 + Bi_2}}{e^{\chi \sqrt{i}} (\chi \sqrt{i} + Bi_1) (\chi \sqrt{i} + Bi_2) - e^{-\chi \sqrt{i}} (\chi \sqrt{i} + Bi_1) (\chi \sqrt{i} + Bi_2)};$$

$$C_2 = \frac{q_0 L}{\lambda} \frac{\chi \sqrt{1 + Bi_2}}{e^{\chi \sqrt{i}} (\chi \sqrt{i} + Bi_1) (\chi \sqrt{i} + Bi_2) - e^{-\chi \sqrt{i}} (\chi \sqrt{i} + Bi_1) (\chi \sqrt{i} + Bi_2)},$$

где $\chi = \sqrt{\frac{\omega}{a}} L$; $Bi_1 = \frac{\alpha_1 L}{\lambda}$, $Bi_2 = \frac{\alpha_2 L}{\lambda}$ – значения критерия Био для поверхности $x=L$ и $x=0$ соответственно.

Для образцов малой толщины можно предположить, что $Bi_1=Bi_2=Bi$. Тогда, разделив (13) на действительную и мнимую части, получим для сдвига фаз между колебаниями мощности и температуры на поверхности $x=0$.

$$\varphi = \text{arctg} \frac{-\chi^2 (U_1 + U_2) - 4\chi U_4 Bi + (U_1 + U_2) Bi^2}{\chi^2 (U_1 + U_2) - 4\chi U_3 Bi + (U_1 + U_3) Bi^2}, \quad (14)$$

где $U_1 = sh \chi_1 \cdot \cos \chi_1$; $U_2 = sh \chi_1 \cdot \sin \chi_1$; $U_3 = sh \chi_1 \cdot \cos \chi_1$; $U_4 = sh \chi_1 \cdot \sin \chi_1$; $\chi_1 = \chi / \sqrt{2}$.

Для амплитуды колебаний температуры $\Theta(x)$ на поверхности $x=0$, с учетом вышесказанного, получим

$$\frac{|\Theta|}{\Theta_0} = \frac{\chi^2 \chi_1 \sqrt{(Bi^2(U_1 - U_2) - 4\chi_1 U_4 Bi - \chi^2(U_1 - U_2))^2 + (Bi^2(U_1 - U_2) + 4\chi_1 U_3 Bi - \chi^2(U_1 - U_2))^2}}{(Bi^2 U_1 + 2Bi \chi_1 (U_3 - U_4) - \chi^2 U_2)^2 + (Bi^2 U_2 + 2Bi \chi_1 (U_3 - U_4) + \chi^2 U_1)}, \quad (15)$$

где $\Theta_0 = q_0 / C_p \rho \omega L$; C_p – теплоемкость образца при постоянном давлении; ρ – плотность образца; ω – циклическая частота изменения потока тепла; L – толщина образца.

Для $Bi=0$ уравнения (14) и (15) принимают вид:

$$\varphi = \text{arctg} \frac{-(U_1 + U_2)}{(U_1 + U_2)}; \quad (16)$$

$$F = \frac{|\Theta|}{\Theta_0} = \frac{\chi}{\sqrt{U_1^2 + U_2^2}}. \quad (17)$$

Формулы (16) и (17) являются основными для определения температуропроводности и теплоемкости. Зависимость сдвига фаз от безразмерного параметра χ для $Bi=0$; 0,2; 0,3; 0,5, посчитанная по формуле (14), представлена на рис. 3.

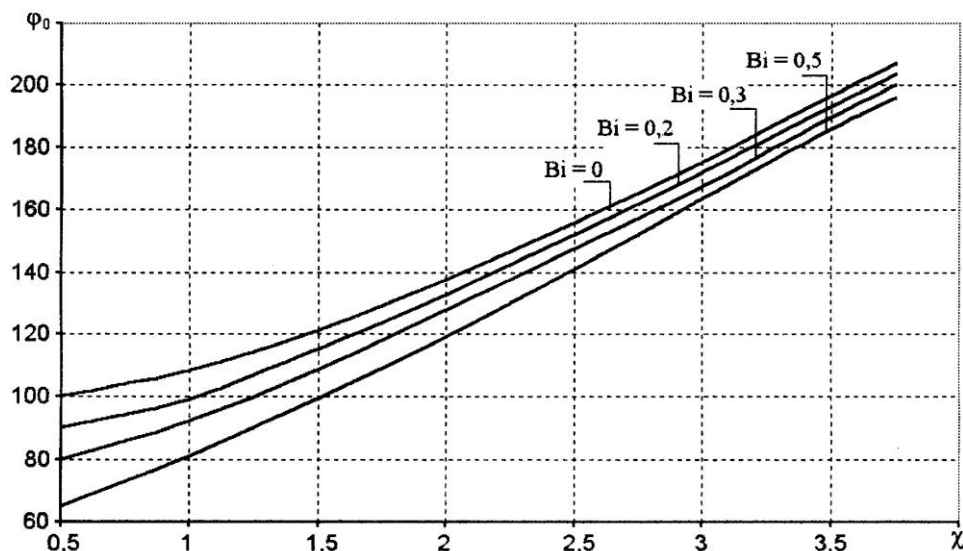


Рис. 3. Зависимость сдвига фаз первой гармоники мощности и первой гармоники колебания температуры на обратной от нагреваемой поверхности пластины

Из рисунка видно, что с ростом χ кривые сходятся так, что отличие кривой с $Bi=0$ и $Bi=0,2$ при $\chi=3$ составляет несколько градусов и может быть учтено в качестве поправки. В принципе, фазово-амплитудный вариант измерений позволяет осуществлять эксперимент при любых значениях коэффициента теплообмена. Данным достоинством не обладает ни один из существующих в настоящее время методов.

Процедура определения коэффициента температуропроводности заключается в нахождении сдвига фаз ϕ из записи колебаний температуры и изменений мощности нагрева. По найденному сдвигу фаз, используя кривую **рис. 3**, определяют соответствующее значение параметра χ , который однозначно связан с температуропроводностью исследуемого объекта.

$$\chi = \sqrt{\frac{\omega}{a}} L .$$

Как уже отмечалось, возможности данного метода не ограничиваются измерениями температуропроводности. Если известна периодически вводимая в образец мощность и амплитуда колебаний температуры, по формулам (15) и (17) можно определить теплоемкость исследуемого образца.

Теоретический анализ показывает, что оптимальными условиями осуществления метода плоских температурных волн является работа на частотах, при которых безразмерный параметр χ , характеризующий затухание температуры, находится в пределах $2 < \chi < 4$.

Для указанного интервала значений параметра χ диапазон рабочих периодов изменяется в пределах 5...15 с. Для получения амплитуды колебаний температуры 2...20°C требуется мощность 30...300 Вт/см² соответственно.

Эксперимент

Для практической реализации следствий, полученных из решения поставленной задачи, предлагается один из вариантов построенной экспериментальной установки, структурная схема которой представлена на **рис. 4**.

Предлагаемая установка для измерения температуропроводности состоит из трех основных частей: светового источника для создания периодического теплового потока, водоохлаждаемой вакуумной камеры с вмонтированной в нее специальной электрической печью для нагревания образца до необходимой стационарной температуры и регистрирующей части.

В качестве светового источника периодических колебаний мощности используется лампа 5 (К30/500 Вт). Свет от лампы собирается с помощью сферического отражателя 6 и концентрируется конденсором 4, который в фокусе обеспечивает световое пятно диаметром 16 мм на расстоянии 150 мм от источника.

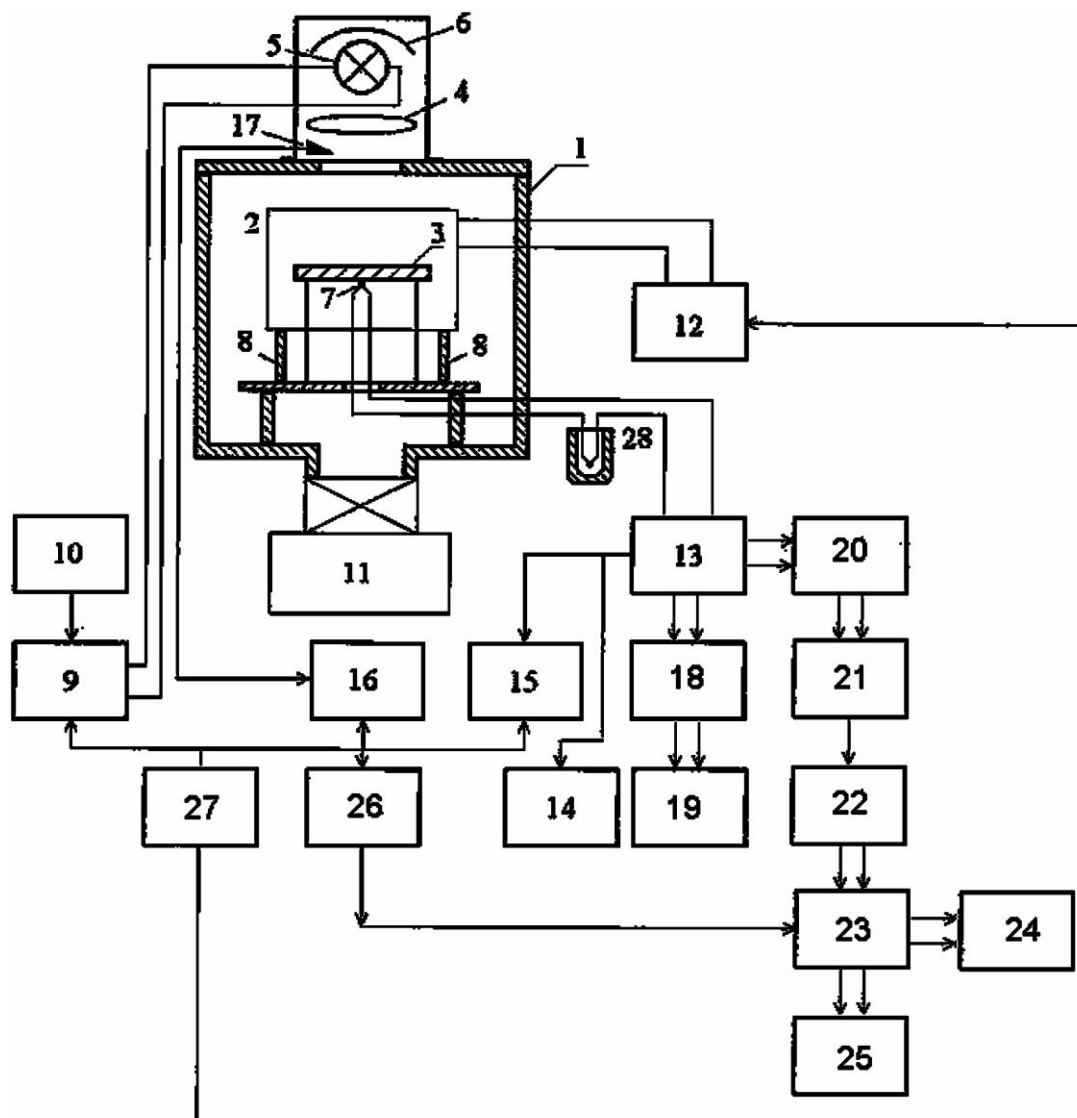


Рис. 4. Блок-схема экспериментальной установки:

1 – вакуумная камера; 2 – нагреватель с тепловыми экранами; 3 – образец; 4 – конденсор; 5 – световой источник; 6 – сферический отражатель; 7 – термопара; 8 – стойки из изоляционного материала; 9 – прерыватель тока светового источника; 10 – генератор НГПК-3М; 11 – вакуумный насос; 12 – ЛАТР; 13 – потенциометр ПП-63; 14 – осциллограф; 15, 16 – КСП 4; 17 – фотосопротивление (ФСР); 18 – УПТ постоянной составляющей, определяющей $\langle T \rangle$; 19 – АЦП 1 для средней $\langle T \rangle$; 20 – преобразователь переменной составляющей определяющий Q ; 21 – УПТ преобразованной в (20) переменной ЭДС в постоянную; 22 – АЦП 2 для сигнала, определяющего Q ; 23 – системный блок компьютера; 24 – дисплей; 25 – принтер; 26 – АЦП 3 для сигнала от ФД (ФСР); 27 – стабилизатор напряжения сети; 28 – дьюар для холодного спая термопары

Далее свет, проходя через оптическое кварцевое окно вакуумной рабочей камеры, падает на образец 3. Фокусировка светового пучка производится путем перемещения источника 5 или конденсора 4 относительно образца и, таким образом, позволяет осуществлять регулирование величины мощности и равномерности нагрева поверхности образца. Образец 3 диаметром 16...20 мм и толщиной 5 мм установлен на трех вольфрамовых иглах. Периодическое изменение световой мощности производится путем включения-выключения цепи питания лампы через реле 9, которое управляется низкочастотным генератором прямоугольных периодических импульсов 10 с плавной регулировкой величины периодов. Колебания температуры, противоположной от нагреваемой поверхности образца, регист-

рируются платинородиевой термопарой (диаметр провода 0,2 мм), которая приварена или приклеивается высокотемпературной замазкой на основе оксида алюминия в центральной части образца.

Сигнал от термопары подается на потенциометр 13 (ПП-63), где производится компенсация постоянной составляющей ТЭДС, соответствующей средней температуре поверхности образца. Переменная составляющая после усиления записывается потенциометром 15 (КСП-4). На потенциометре 16 одновременно регистрируются колебания мощности и светового источника, необходимые для определения разности фаз между первой гармоникой мощности и первой гармоникой колебаний температуры на обратной стороне пластины. Для контроля выхода на квазистационарный режим сигнал с усилителя 15 также подается на электронный осциллограф 14. Выход на регулярную стадию теплового режима в силу малых габаритов образца и нагревающего устройства происходит достаточно быстро – примерно за 20 мин.

Результаты эксперимента

Описанная экспериментальная установка была построена одним из авторов в 1976 году [4]. Она была предназначена для измерения теплофизических свойств только металлических образцов, а в качестве периодического источника энергии использовался концентрированный электронный пучок от вольфрамовой плоской спирали, нагреваемой до температуры активной эмиссии электронов. С помощью мощного электронного модулятора формировались импульсы термотока, поступающие на анод (образец). Данная установка позволила в широком температурном интервале измерить теплопроводность и теплоемкость таких металлов, как Hf, Mo и W.

Поскольку и в предлагаемой установке, и в созданной ранее используется одна и та же математическая модель, то для подтверждения работоспособности предлагаемой методики мы приводим экспериментальные данные, полученные в работе [4].

Результаты измерений представлены на рис. 5 и 6. Из них видно, что вплоть до температуры $0,5T_{пл}$ характер поведения $C_p(T)$ всех исследуемых металлов соответствует литературным данным [3]. Что касается диапазона температур $0,5T_{пл} \leq T \leq T_{пл}$, то теплоемкость в этом интервале сравнивать просто не с чем, т. к. проведенных исследований в этой области температур очень мало, а те, которые есть, противоречивы.

Полученные зависимости $C_p(T)$ не противоречат современным представлениям о механизмах, дающих вклад в общую теплоемкость металлов в широком температурном интервале:

- 1) гармонический вклад;
- 2) ангармонический вклад;
- 3) вклад от точечных дефектов кристаллической структуры;
- 4) «скачки» от возможных фазовых переходов I и II родов.

Так, в зависимостях $C_p(T)$ для W и Mo наблюдаются вклады 1, 2 и 3, а для Hf еще и 4 для температур от 1500 до 1700°C.

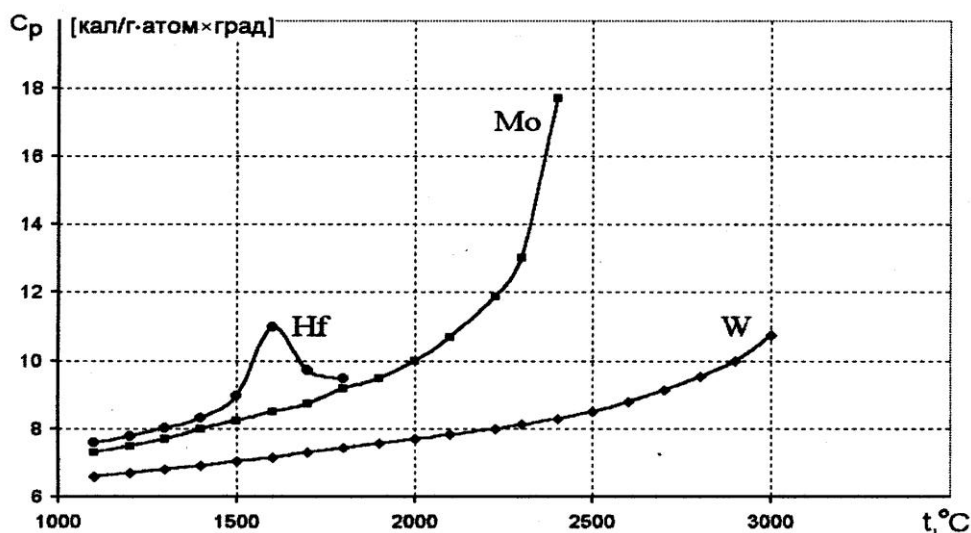


Рис. 5. Зависимость теплоемкости при постоянном давлении от температуры

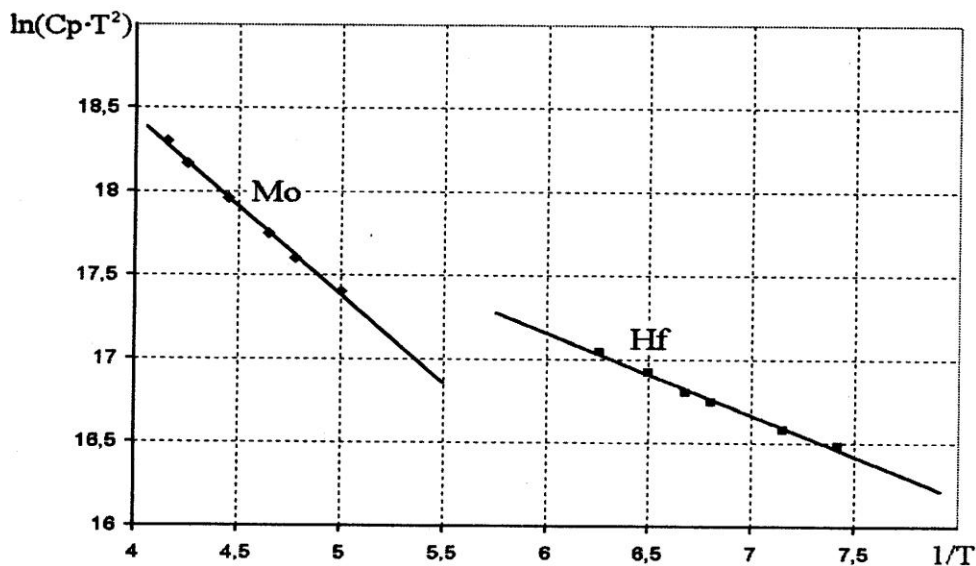


Рис. 6. Линии $\ln(C_{\text{деф}} \cdot T^2) = f(1/T)$ для Mo и Hf

Анализ

Если предположить, что в теплоемкость исследованных металлов при высоких температурах основной вклад дают точечные дефекты кристаллической структуры, то должна получиться прямая линия с определенным наклоном в координатах $\ln(C_p \cdot T^2)$ от $1/T$.

Данное утверждение логично следует из зависимости равновесной концентрации точечных дефектов по Шоттки или Френкелю от температуры:

$$n = n_0 \cdot e^{-\frac{E_{\text{акт}}}{kT}}, \tag{18}$$

где n_0 – число узлов кристаллической структуры в единице объема; $E_{\text{акт}}$ – энергия активации точечного дефекта; T – абсолютная температура.

Однако переход от одной температуры к другой связан с изменением равновесной концентрации дефектов, что требует затрат дополнительной энергии, поэтому вклад в теплоемкость, связанный с дефектами, будет

$$C_{\text{деф}} = E_{\text{акт}} \cdot \frac{dn}{dT}. \tag{19}$$

Из (18) и (19) получим:

$$C_{\text{деф}} = \frac{E_{\text{акт}}^2 n_0}{kT^2} \cdot e^{-\frac{E_{\text{акт}}}{kT}}, \tag{20}$$

т. е. $C_{\text{деф}}$ круто растет с ростом T .

Взяв логарифм от обеих частей формулы, получим

$$\ln(C_{\text{деф}}) = \ln\left(\frac{E_{\text{акт}}^2 n_0}{kT^2}\right) - \frac{E_{\text{акт}}}{kT},$$

или $\ln(C_{\text{деф}} \cdot T^2) = \text{const} - \frac{E_{\text{акт}}}{kT}. \tag{21}$

Полученные прямые линии $\ln(C_{\text{деф}} \cdot T^2) = f(1/T)$ для Mo и Hf приведены на **рис. 6**. По углу наклона этих прямых были рассчитаны $E_{\text{акт}}$ для указанных элементов. Они равны соответственно 0,88 и 0,43 эВ. Эти данные согласуются с данными, приводимыми в литературе [2], но полученными другим способом.

Выводы

1. Предложена математическая модель и метод решения задачи об осевом распространении периодических потоков тепла в теплопроводящих материалах.
2. Разработана экспериментальная установка, реализующая предложенный метод измерения теплофизических свойств непроводящих твердых тел.
3. Главным достоинством экспериментальной установки является то, что она позволяет исследовать теплофизические свойства твердых тел вплоть до температуры плавления. Объектами исследования могут быть огнеупоры, строительные материалы и металлы.

Библиографический список

1. Филиппов Л.П. Высокотемпературные исследования теплофизических свойств твердых тел. М.: Наука, 1976.
 2. Лифшиц Н.М., Коганов М.И. Электронная теория металлов. М.: Наука, 1971.
 3. Жирифалько И.Д. Статистическая физика металлов и сплавов. Киев: Наук. думка, 1982.
 4. Дубский Г.А. Температурная зависимость теплоемкости переходных металлов Zr, Hf, Mo и фазовые переходы в электронной «жидкости» / МГУ им. В.М.Ломоносова. М., 1976.
-