

## ФИЗИЧЕСКИЕ И ХИМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ ГОРНОГО ПРОИЗВОДСТВА

УДК 622.02:539

А.Е. Хлусов

### О ВЛИЯНИИ ПОДАТЛИВОСТИ ПЛАСТА ПОЛЕЗНОГО ИСКОПАЕМОГО НА ВЕЛИЧИНУ ПРЕДЕЛЬНОГО ПРОГИБА КРОВЛИ ГОРНОЙ ВЫРАБОТКИ, ЗАКРЕПЛЕННОЙ АНКЕРАМИ

При расчете предельного прогиба заанкерванной кровли горной выработки, необходимого для оценки ее устойчивости, приходится учитывать то обстоятельство, что величина модуля деформации полезного ископаемого (угля, горючего сланца, соли и др.) в большинстве случаев в несколько раз ниже аналогичной характеристики вмещающих его пород. По этой причине подстилающий изгибающуюся кровлю пласт полезного ископаемого у его обнажения (стенок выработки) сминается, места условной заделки кровли смещаются вглубь массива, а в процесс ее деформирования вовлекается больший объем, что сказывается на величине смещений (**рис. 1, а**). В данной работе предлагается подход к определению степени влияния податливости краевой части пласта на величину предельного прогиба кровли выработки. Задача решается методами строительной механики.

В работе рассматривается слоистая неоднородная кровля горной выработки, закрепленная сталеполимерными анкерами, которые имеют большую несущую способность (до 20 т/анкер), и потому отслоения внутри скрепленной пачки нами исключаются. В простейшем случае такая кровля может быть уподоблена нежесткозашемленной многослойной балке-полоске, испытывающей цилиндрический изгиб под действием равномерно распределенной нагрузки [1]. Используя теорию изгиба балок [2], можно определить прогиб, при котором происходит излом  $i$ -го ее слоя (при условии, что все остальные слои в этот момент остаются цельными):

$$f_i^{np} = \chi_i^{np} \cdot A \cdot \frac{\varepsilon_{pi}^{np}}{z_{pi}^{max}} \cdot A, \quad (1)$$

где  $\varepsilon_{pi}^{np}$  и  $\chi_i^{np}$  – величина предельной деформации растяжения при изгибе породы  $i$ -го слоя и его пре-

дельно возможная кривизна соответственно;  $z_{pi}^{max}$  – расстояние от нейтральной оси балки до максимально нагруженного волокна  $i$ -го слоя, находящегося в зоне растяжения;  $A$  – коэффициент, характеризующий вид нагрузки и конструкцию опор и равный в нашем случае:

$$A = \ell^2 \cdot \Delta = \ell^2 \cdot \frac{1}{12}, \quad (2)$$

где  $\ell$  – пролет балки.

Величина коэффициента  $A$  в формуле (2) учитывает нежесткое защемление балки, проявляющееся в том, что величина изгибающего момента в середине балки и у ее заделки одинакова, но не учитывает возможность смятия опор. Чтобы оценить влияние их податливости на величину предельного прогиба кровли, необходимо рассмотреть схему, изображенную на **рис. 1, б**. На нем кровля горной выработки показана в виде упругой балки-полоски, за пределами пролета лежащей на пласте полезного ископаемого, как на малоупругом основании. За начало координат удобно принять верхний левый угол  $O$  недеформированной выработки, на котором происходит условное разделение кровли на защемленную и свободную части. Ось  $OY$  направим вертикально вниз, а ось  $OX$  – вправо, в сторону обнажения. Под действием нагрузок происходит изгиб кровли, и у стенок выработки от первоначального положения она смещается вниз на величину  $OO_1=BB_1=y_0$ . Если в точках  $O_1$  и  $B_1$  кровлю условно разрезать, то ее пролет  $O_1CB_1$  можно представить как балку, лежащую на двух опорах и нагруженную на концах изгибающими моментами  $M_6$ , а по всему пролету – нагрузкой  $q'$ , складывающейся из веса ее пород и максимально возможной пригрузки сверху, условно взятой равномерно распределенной [1]. Написав уравнение изменения изгибающего момента вдоль

пролета и применив к нему известную дифференциальную зависимость между координатами сечения прогнувшейся балки ( $x, y$ ), её изгибной жесткостью ( $EI$ ) и величиной действующего изгибающего момента ( $M(x)$ )

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI}, \quad (3)$$

найдем закон изменения прогиба балки  $O_1CB_1$  по ее длине, из которого следует, что прогиб середины определится выражением:

$$f = \frac{1}{EI} \left( \frac{5q'\ell^4}{384} - \frac{M_6\ell^2}{8} \right) + y_0. \quad (4)$$

В это равенство входят две неизвестные величины –  $M_6$  и  $y_0$ . Чтобы их найти, необходимо рассмотреть часть породной балки, находящуюся по левую сторону от начала координат, которая попадает в разряд «бесконечно длинных» балок, лежащих на упругом основании. Для ее расчета ось абсцисс  $OZ$  удобно направить влево, вглубь массива. Правый конец  $O_1$  этой балки нагружен сосредоточенной силой  $P=q'\ell/2$  и изгибающим моментом  $+M_6$  (весом балки и трением пренебрегаем). Будем считать, что такому действию нагрузок, проявляющемуся в развитии некоторых прогибов балки у стенки выработки и затухании их на бесконечности в массиве, противодействует реакция пласта-основания, величина которой пропорциональна прогибу балки и определяется выражением

$$r(x) = k_n \cdot y(x), \quad (5)$$

где  $k_n = \frac{bE_n}{m_n(1-\mu_n^2)}$  – коэффициент податливости

(постели) основания – краевой части пласта полезного ископаемого мощностью  $m_n$ ;  $\mu_n, E_n$  – соответственно коэффициент Пуассона и модуль деформации полезного ископаемого в пласте при его сжатии;  $b=1$  – ширина балки-полоски, принимаемая равной одной единице длины.

Исходя из вышесказанного, дифференциальное уравнение изгиба балки  $AO_1$  будет выглядеть так:

$$\frac{d^4y}{dz^4} + \frac{k_n}{EI} y = 0. \quad (6)$$

Общее решение этого уравнения представляет собой сумму четырех слагаемых, два из которых в случае бесконечно длинной балки обнуляются, а два, таким образом, остаются:

$$y(z) = C_3 \cdot e^{-\beta z} \cdot \cos \beta z + C_4 \cdot e^{-\beta z} \cdot \sin \beta z, \quad (7)$$

где коэффициент  $\beta$ , являющийся основной характеристикой дифференциального уравнения изгиба балки-полоски на упругом основании, определяется выражением

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{k_n}{4EI}}. \quad (8)$$

Входящие в зависимость (7) постоянные интегрирования  $C_3$  и  $C_4$  находятся из граничных условий, а именно: в начале координат нам известны величина действующей перерезывающей силы ( $Q(z=0)=+P$ ) и величина изгибающего момента ( $M(z=0)=+M_6$ ). Неизвестный изги-

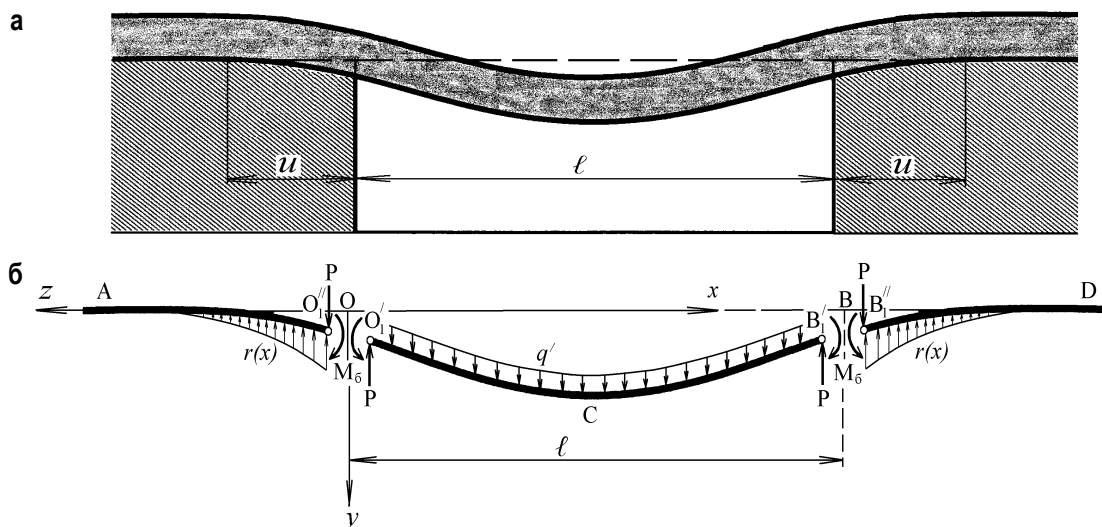


Рис. 1. Влияние податливости опор на характер деформирования кровли подготовительной выработки: а – общий вид; б – расчетная схема

бающий момент  $M_6$ , действующий у боков выработки, найдем, заметив, что в месте условного разреза балки (точках  $O'_1$  и  $O''_1$ ) угол наклона ее частей  $AO''_1$  и  $O'_1CB$  должен быть одинаковым  $\left(\frac{dy}{dz}(z=0) = \frac{dy}{dx}(x=0)\right)$ . В результате решения этих трех уравнений получим:

$$y_0 = \frac{q'\ell}{\beta^3 EI} \cdot \frac{8 + \beta\ell\omega}{32}; \quad (9)$$

$$M_6 = \frac{q'\ell^2}{16} \omega, \quad (10)$$

$$\text{где } \omega = \frac{4}{3} \cdot \frac{\beta^2 \ell^2 - 6}{\beta\ell(2 + \beta\ell)}. \quad (11)$$

Ранее мы отмечали, что при расчетах нагрузок на кровлю выработки обычно исходят из того, что величина изгибающего момента в заделке и в середине пролета примерно одинакова и равна  $q'\ell^2/16$ . Вводимый здесь в рассмотрение коэффициент  $\omega$  показывает, во сколько раз по сравнению с этим значением изменяется величина изгибаю-

щего момента у стенок выработки, если учитывать податливость краевой части пласта полезного ископаемого. На рис. 2, а зависимость (11) представлена в графической форме, позволяющей количественно оценить величину  $\omega$ . Из него видно, что чем жестче опора, тем значение  $\omega$  больше стремится к величине  $4/3$ , а значение изгибающего момента  $M_6$  – к величине  $q'\ell^2/12$ , характерной для абсолютно жесткой заделки.

Таким образом, прогиб середины пролета балки согласно (4), (9) и (10) определится выражением

$$f = \frac{q'\ell^4}{EI} \left( \frac{5 - 3\omega}{384} + \frac{8 + \beta\ell\omega}{32\beta^3\ell^3} \right). \quad (12)$$

Чтобы найти его предельную величину в момент излома балки, необходимо вычислить максимальный изгибающий момент, действующий на нее. Расчеты показывают, что изгибающий момент максимален в трех точках: в середине пролета и в заделках на некотором расстоянии от обнажения. Однако, если в середине пролета растяжению подвергаются нижние слои кровли, то в заделках – верхние (по отношению к ее нейтральной оси). Поскольку их механические свойства неодинаковы, то расчет предельного прогиба приходится вести в 2 этапа: с учетом максимальной величины изгибающего момента в середине пролета  $M_c^{\max}$  и в заделке  $M_3^{\max}$ . Первая величина определяется из выражения

$$M_c^{\max} = \frac{q'\ell^2}{16} (2 - \omega). \quad (13)$$

Чтобы вычислить величину  $M_3^{\max}$ , необходимо сначала найти третью производную функции (7) и приравнять ее к нулю (где максимален момент – поперечная сила отсутствует). Подстановка найденной таким образом координаты в уравнение изгибающих моментов балки  $AO'_1$  дает выражение для определения его максимальной величины, которое, однако, получается довольно громоздким, что неудобно. В то же время

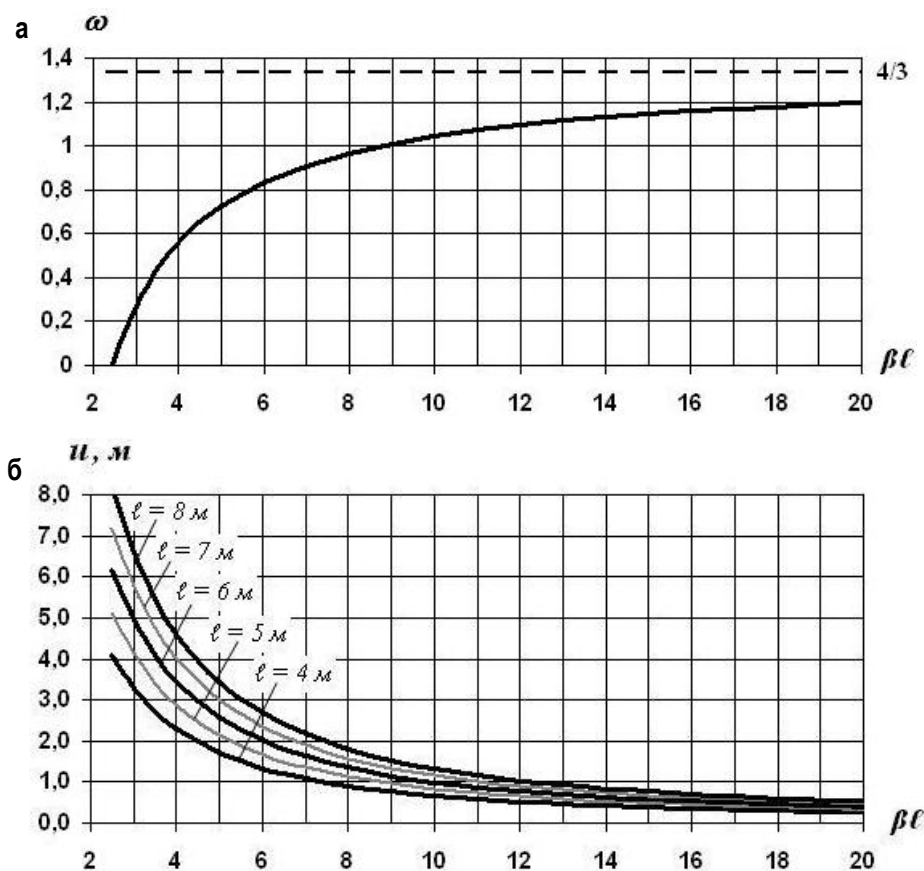


Рис. 2. Изменение значения коэффициента  $\omega$  (а) и величины  $u$  (б) с ростом параметра  $\beta\ell$

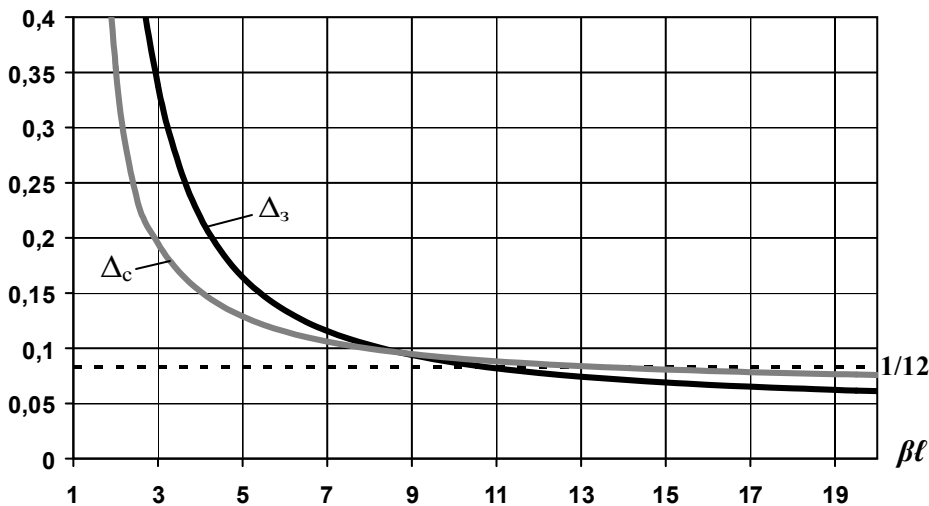


Рис. 3. Изменение величины коэффициентов  $\Delta_3$  и  $\Delta_c$  с ростом параметра  $\beta\ell$

Ранее мы отмечали, что ввиду податливости пласта полезного ископаемого деформированию подвергается больший размер кровли, так как места ее условной заделки от стенок выработки смещаются вглубь массива на некоторую величину  $u$  (см. рис. 1, а). Чтобы найти это значение, приравняем к нулю уравнение прогибов части балки (7). В результате его решения получим:

$$u = \frac{\arctg \frac{8}{\beta\ell\omega} + 1}{\beta\ell} \cdot \ell. \quad (19)$$

проведенный на числовых примерах анализ полученных зависимостей показал, что значение максимального изгибающего момента в заделке с достаточной степенью точности (5–10%) может быть найдено из выражения

$$M_3^{\max} \approx \frac{q'\ell^2}{16}. \quad (14)$$

Теперь можно сказать, что если разрушение кровли начнется с излома  $i$ -го слоя в заделке, то исходя из формул (12) и (14) прогиб кровли в этот момент будет равен

$$f_{3i}^{np} = \chi_i^{np} \cdot A_3 \cdot \frac{\varepsilon_{pi}^{np}}{z_{pi}^{\max}} \cdot \ell^2 \cdot \Delta_3, \quad (15)$$

где  $\Delta_3 = \frac{5-3\omega}{24} + \frac{8+\beta\ell\omega}{2\beta^3\ell^3}. \quad (16)$

Если же разрушаться начнет  $i$ -й слой в середине пролета, то это произойдет при прогибе

$$f_{ci}^{np} = \chi_i^{np} \cdot A_c \cdot \frac{\varepsilon_{pi}^{np}}{z_{pi}^{\max}} \cdot \ell^2 \cdot \Delta_c, \quad (17)$$

где  $\Delta_c = \frac{\Delta_3}{2-\omega}. \quad (18)$

С целью количественной оценки этой величины найденная зависимость отражена на рис. 2, б в виде графиков, построенных при различных значениях пролетов выработки. Как видно, чем жестче опора (т.е. чем больше  $\beta\ell$ ), тем величина  $u$  меньше.

Значения коэффициентов  $\Delta_3$  и  $\Delta_c$  в зависимости от величины параметра  $\beta\ell$  графически представлены на рис. 3. Из анализа графиков следует, что особенно сильное влияние на них величина  $\beta\ell$  оказывает тогда, когда она меньше 10 (для сравнения там же отражено их значение 1/12, если в расчетной схеме при нежестком защемлении кровли не учитывать податливость краевой части пласта). Расчеты показывают, что для выработок с пролетами 4–8 м, пройденных по пласту угля мощностью 1,0–3,0 м, модуль деформации которого составляет 1000–3000 МПа, и кровлей мощностью 1,5–2,5 м, породы которой имеют модуль деформации 1000–50000 МПа, величина параметра  $\beta\ell$  находится в пределах 2–20, а значения коэффициентов  $\Delta_3$  и  $\Delta_c$ , таким образом, могут отличаться от 1/12 в разы. Это говорит о том, что учет податливости пласта полезного ископаемого (в местах его обнажения) при расчете величины предельного прогиба кровли необходим.

Библиографический список

1. Кузнецов Г.Н. Исследование деформаций и давлений, возникающих в многослойной консоли кровли, и взаимодействие ее с крепью // Тр. ВНИИ горн. геомех. и маркшейд. дела. Л., 1960. Т. 34. С. 3–43.
2. Беляев Н.М. Сопrotивление материалов. М.: Наука, 1976. 608 с.