

РАЗВИТИЕ МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ДЕФОРМАЦИИ В ПРОИЗВОДСТВЕ БЕСШОВНЫХ ТРУБ

Выдрин А.В.¹, Широков В.В.², Яковлева К.Ю.², Зинченко А.В.³, Король А.В.²

¹ Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия

² РосНИТИ, Челябинск, Россия

³ Таганрогский металлургический завод (ПАО «ТАГМЕТ»), Таганрог, Россия

Аннотация. В статье представлен комплекс математических моделей процессов пластической деформации, используемых в области производства бесшовных труб. Показано, что уровень модели, согласно представленной иерархической структуре, определяется степенью сложности математического описания рассматриваемых процессов деформации бесшовных труб и объемом учитываемых параметров. Приведены примеры моделей, разработанных на основе применения таких методов математического моделирования, как энергостатический, инженерный, метод линий скольжения и проекционно-сеточный метод. Применение энергостатического метода позволило определить интегральные характеристики очага деформации при горячей продольной прокатке, в частности для определения энергосиловых параметров при непрерывной прокатке труб на длинной оправке, в том числе величину напряжений, возникающих в металле между клетями стана. Инженерный метод использован для моделирования напряженно-деформированного состояния при оправочном волочении труб с учетом реального характера изменения механических свойств деформируемого металла. Применение метода линий скольжения для процесса высадки концов труб позволило получить выражения для определения полного усилия, действующего на пуансон, и длины переходной зоны между высаженным концом и основным телом трубы. Геометрический анализ сетки линий скольжения на заключительной стадии процесса высадки позволил получить формулу для определения итоговой длины переходной зоны. Проекционный метод использован для решения трехмерной задачи моделирования напряженно-деформированного состояния двухвалковой винтовой прошивки. Для реализации проекционного метода использован профессиональный программный продукт QForm 3D, основанный на методе конечных элементов. Моделирование винтовой прошивки позволило объяснить характер напряженно-деформированного состояния металла при винтовой прокатке за один оборот заготовки.

Ключевые слова: моделирование, математическая модель, бесшовные трубы, прокатка, волочение, высадка концов труб, валковая прошивка трубной заготовки.

Введение

В работе [1] отмечается, что при анализе процессов, связанных с обработкой металлов давлением и, в частности, с прокаткой, возникают задачи, отличающиеся друг от друга как по сложности математического описания, так и по объему учитываемых параметров. В связи с этим целесообразно использовать иерархическую структуру моделей, согласно которой выделяется несколько уровней моделей разной степени сложности. Согласно этому подходу создан комплекс математических моделей, описывающих различные процессы пластической деформации, имеющие место при производстве бесшовных труб.

Энергостатический метод

Энергостатический метод позволяет определять интегральные характеристики очага деформации при горячей продольной прокатке, в том числе и в валках с калибрами. Поэтому его эффективно можно использовать при моделировании процесса продольной прокатки труб на длинной оправке для определения энергосиловых параметров. Известно применение для расчета технологических параметров процесса деформации трубы при продольной прокатке на оправке энергетического метода [2]. Однако его применение не позволяет на основе единой методики сразу определять кинематические и энергосиловые параметры. Поэтому анализ процесса продольной прокатки труб на оправке был расширен рассмотрением условий равновесия очага деформации, что позволило получить зависимости для расчета усилий, действующих на валок и оправку [3]. Схема действия сил, приложенных к границам очага дефор-

мации, представлена на рис. 1.

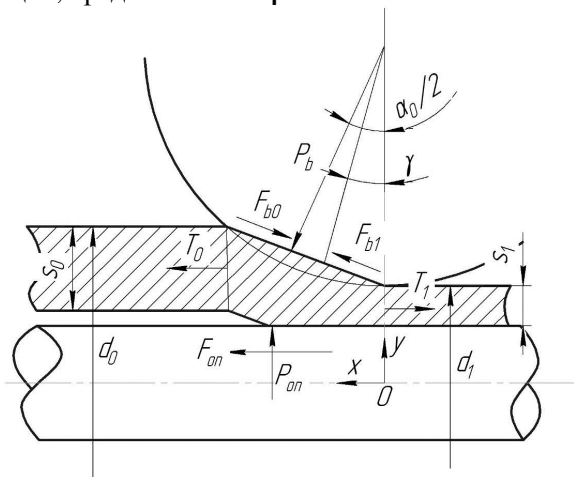


Рис. 1. Схема действия сил при продольной прокатке на оправке

Величина усилий, действующих на валок при продольной прокатке труб на длинной оправке, во многом определяется уровнем продольных усилий, приложенных к очагу деформации на его границах со стороны входа и выхода металла. Продольные усилия на границах очага деформации могут возникать, например, при непрерывной прокатке. На основе энергостатического метода разработан алгоритм определения межклетевых натяжений при продольной прокатке труб на длинной оправке [4]. В частности, на рис. 2 представлена зависимость между частотой вращения валков непрерывного 3-клетевого стана и уровнем межклетевых продольных усилий. При этом в качестве меры продольного межклетевого усилия выступает отношение вызываемого им напряжения к сопротивлению металла пластической деформации.

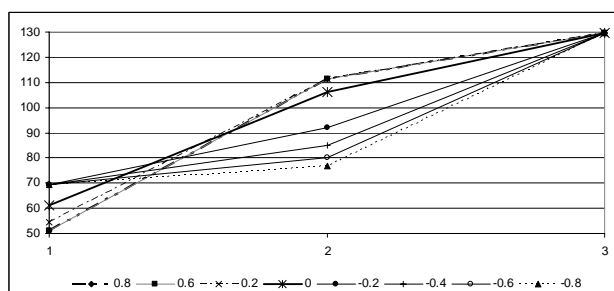


Рис. 2. Влияние скоростного режима на уровень межклетевых продольных усилий

На графике, представленном на рис. 2, по вертикальной оси отложена частота вращения валков, по горизонтальной оси – номера клетей, а разные линии соответствуют разным значениям относительного межклетевого напряжения.

Инженерный метод

В тех случаях, когда механические свойства металла, в частности сопротивление пластической деформации, зависят от степени накопленной деформации, применение энергостатического метода становится не очень корректным. К таким процессам относятся, например, процессы холодной деформации. Учесть характер упрочнения металла при расчете энергосиловых параметров позволяет инженерный метод. В научно-технической литературе описано достаточно большое количество исследований, выполненных этим методом. Например, в работе [5] рассматривается применение метода для случая волочения трубы на конической оправке, в работе [6] – для случая осадки полосы. Однако во всех этих работах при выводе математических зависимостей не учитывался реальный характер деформационного упрочнения. Попытка учета изменения сопротивления металла по длине очага деформации при листовой прокатке описана в работе [7]. Однако в этом случае принят линейный закон упрочнения, что не согласуется с имеющейся экспериментальной информацией.

Ниже приведены результаты применения инженерного метода для математического моделирования процесса оправочного волочения труб с учетом реального характера деформационного упрочнения металла.

Переход от декартовой к цилиндрической системе координат позволил рассмотреть процесс волочения труб на самоустанавливающейся оправке как волочение полосы между двумя неподвижными плитами с профилем, соответствующим профилировке волочильного кольца и самоустанавливающейся оправки. В результате задача была сведена к моделированию плоского деформированного состояния системы «волочильное кольцо – оправка – очаг деформации» (рис. 3).

Закон трения на контакте металла с инструментом был принят согласно закону Амонтона-Кулона, а сопротивление металла пластической деформации с учетом упрочнения определяли согласно известной зависимости [8]

$$\sigma_s = \sigma_m + a \varepsilon^b, \quad (1)$$

где σ_m – сопротивление металла пластической деформации перед входом в очаг деформации; ε – степень пластической деформации; a, b –

реологические коэффициенты, определяющие интенсивность изменения сопротивления металла пластической деформации.

В соответствии с основными положениями инженерного метода для каждого из рассматриваемых участков очага деформации, согласно схемам нагружения (рис. 4), получены следующие дифференциальные уравнения равновесия проекций сил на ось волочения:

– для участка редуцирования

$$\frac{dp_\epsilon}{dx} - A_p p_\epsilon = B_p \sigma_S - C_p \frac{d\sigma_S}{dx}; \tag{2}$$

– для участка основного обжатия по толщине стенки

$$\frac{dp_\epsilon}{dx} - A_{o.o} p_\epsilon = B_{o.o} \sigma_S - C_{o.o} \frac{d\sigma_S}{dx}; \tag{3}$$

– для участка дополнительного обжатия по толщине стенки

$$\frac{dp_\epsilon}{dx} - A_{d.o} p_\epsilon = B_{d.o} \sigma_S - C_{d.o} \frac{d\sigma_S}{dx}; \tag{4}$$

– для участка калибровки по наружному и внутреннему диаметру

$$\frac{dp_\epsilon}{dx} - A_{\kappa.o} p_\epsilon = B_{\kappa.o} \sigma_S - C_{\kappa.o} \frac{d\sigma_S}{dx}, \tag{5}$$

где A, B, C – характеристические коэффициенты, определяющие условия формоизменения трубы и соотношение между параметрами профилировки технологического инструмента на соответствующих участках очага деформации. При этом соотношение между давлением, действующем на волочильное кольцо, p_ϵ и давлением, действующем на самоустанавливающуюся оправку, p_{on} , полученное из условия равновесия проекций сил на ось ρ для каждого из рассматриваемых участков контакта с оправкой, в общем виде было представлено следующим образом:

$$p_{on} = p_\epsilon \frac{F_\kappa^\epsilon}{F_\kappa^{on}} k_\alpha, \tag{6}$$

где $F_\kappa^\epsilon, F_\kappa^{on}$ – соответственно площадь контактной поверхности металла трубы с волочильным кольцом и оправкой для рассматриваемого участка очага деформации; k_α – коэффициент, учитывающий параметры профилировки технологического инструмента на соответствующем участке очага деформации.

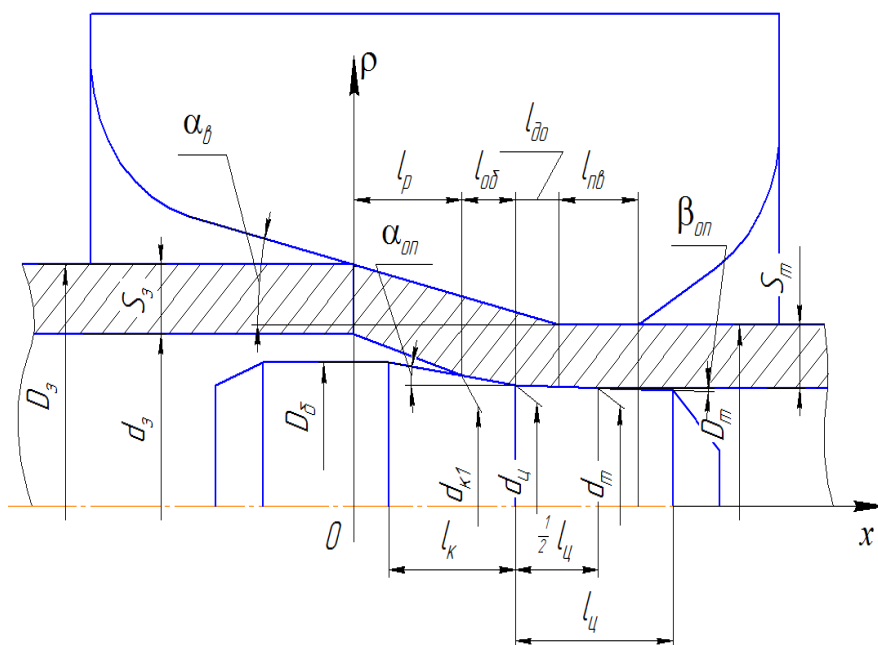


Рис. 3. Схема системы «волочильное кольцо – оправка – очаг деформации»

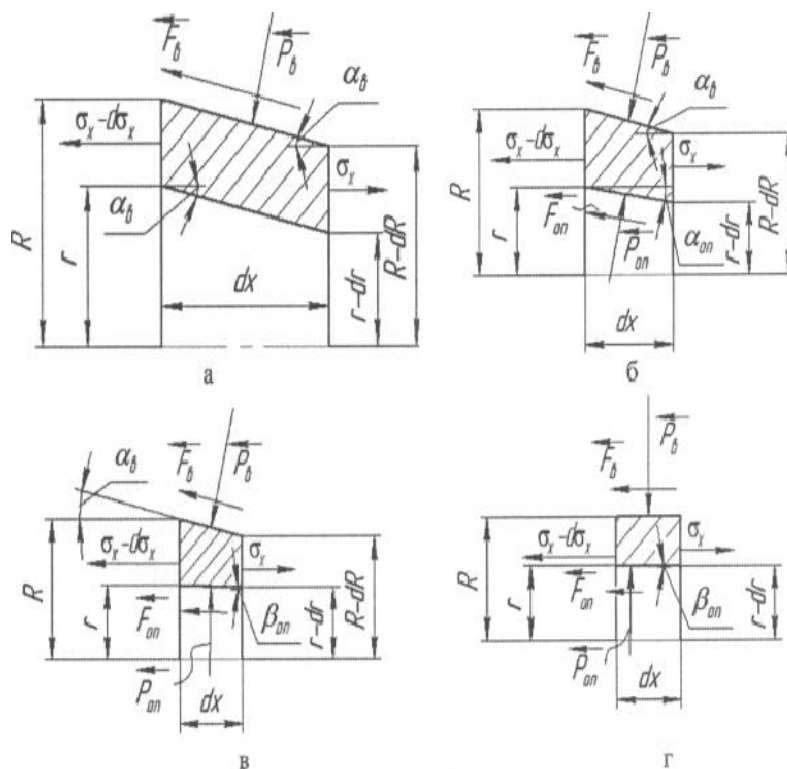


Рис. 4. Схемы нагружения кольцевых элементов, выделенных в очаге деформации на участке: а – редуцирования; б, в – обжатия толщины стенки; г – калибровки

Решение уравнений (2)–(5), согласно условиям сформулированной краевой задачи, было выполнено с привлечением метода Бубнова-Галеркина совместно с методом конечных элементов (МКЭ) для одномерной задачи [1, 9, 10]. Дискретизация функции изменения давления $p_e(x)$ по длине очага деформации l была выполнена с помощью линейных одномерных симплекс-элементов. В результате применения метода конечных элементов решение поставленной краевой задачи было сведено к поиску узловых значений P_i аппроксимирующей функции, которые в наилучшей степени должны удовлетворять исходным дифференциальным уравнениям равновесия для каждого из участков очага деформации. Для определения значений P_i с использованием метода Бубнова-Галеркина в итоге получена система линейных уравнений. При этом для приведения полученного общего решения к частному, граничное условие, определяемое условием пластичности, принято в виде

$$p_{e|_{x=0}} = -\sigma_m. \quad (7)$$

Численное исследование разработанной аналитической модели было реализовано на примере волочения труб из стали 10 по маршруту $11,5 \times 1,75 \text{ мм} \rightarrow 9,0 \times 1,5 \text{ мм}$ при использовании самоустанавливающейся оправки с углом конуса 9° . Результаты численного исследования при условии, что изменение напряжения волочения на участке редуцирования незначительно и им можно пренебречь, представлены на рис. 5.

Проведенное исследование показало, что применение инженерного метода для моделирования силовых параметров процесса оправочного волочения труб позволяет осуществлять многофакторное численно-аналитическое исследование влияния условий осуществления процесса на напряженно-деформированное состояние металла трубы с учетом реального характера изменения механических свойств деформируемого металла.

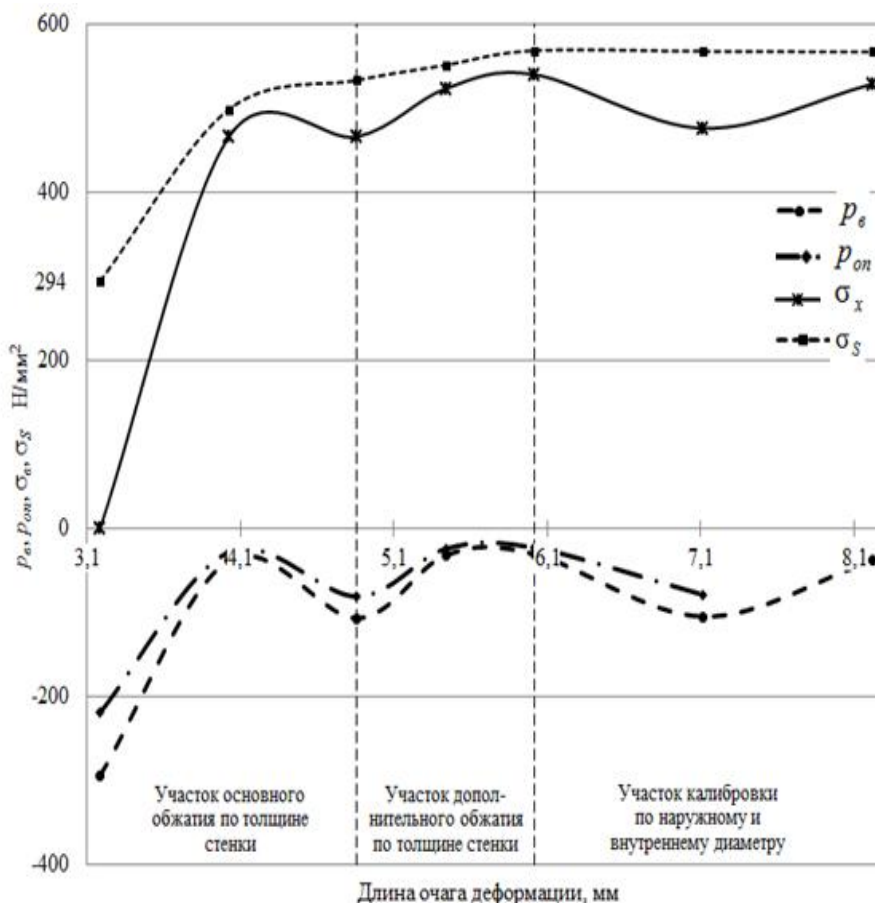


Рис. 5. Функции изменения p_v , p_{on} , σ_x и σ_s по длине очага деформации при волочении трубы размером $9,0 \times 1,5$ мм на самоустанавливающейся оправке

Метод линий скольжения

При математическом моделировании некоторых процессов обработки металлов давлением возникает проблема, связанная с тем, что заранее неизвестны геометрические границы физического очага деформации. К таким процессам, в частности, относится процесс высадки концов труб.

Решение такого класса задач может быть получено с помощью метода линий скольжения. Сетка линий скольжения для конечной стадии высадки конца трубы приведена на рис. 6.

Применение метода линий скольжения позволило получить выражения для определения полного усилия, действующего на пуансон, и длины переходной зоны между высаженным концом и основным телом трубы. Формула для вычисления максимального усилия высадки имеет вид

$$T_e = 2\tau_s \pi \left[\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4} + \arcsin \frac{R_m - R_n - S_0 - W}{\frac{S_0}{\sqrt{2}} \cos\left(\frac{1}{2} \arccos \mu\right)} \right] \left[S_0 R_n \cos\left(\frac{1}{2} \arccos \mu\right) + \frac{S_0}{\sqrt{2}} \cos^2\left(\frac{1}{2} \arccos \mu\right) \right] + 2\pi \mu_k \sigma_s L (R_m + R_n), \tag{8}$$

где τ_s – сопротивление металла пластической деформации сдвига; R_m – радиус матрицы; R_n – радиус пуансона; S_0 – толщина стенки трубы; W – условное обозначение, расшифрованное в [11]; μ – коэффициент трения на контакте трубы и фланца пуансона; L – длина цилиндрического участка высаженного конца трубы; μ_k – коэффициент трения на контакте со стенкой матрицы; σ_s – сопротивление деформации металла трубы.

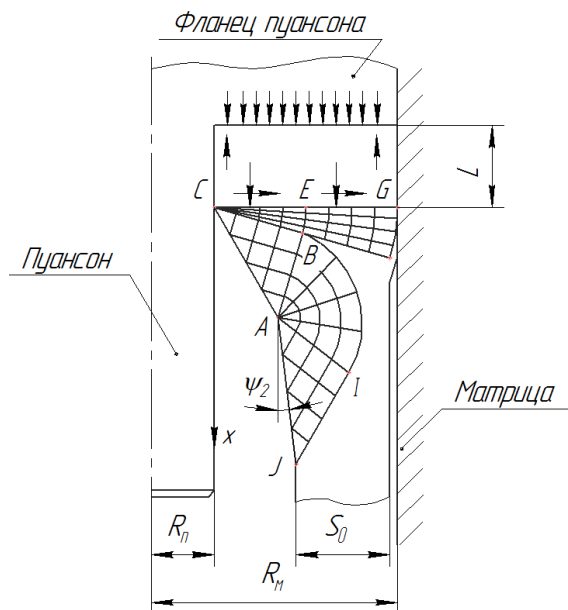


Рис. 6. Вариант сетки линий скольжения в конечной стадии процесса высадки конца трубы

Важным технологическим параметром процесса высадки является длина переходной зоны между высаженным концом и основным телом трубы. В последнее время этому параметру уделяют большое внимание в связи с требованиями потребителей по ее увеличению. Особенно это касается бурильных труб. Геометрический анализ сетки линий скольжения на заключительной стадии процесса высадки позволил получить формулу для определения итоговой длины переходной зоны. Для случая комбинированной высадки, с учетом особенностей трансформации сетки линий скольжения, она будет определяться выражением

$$L = \left(\frac{L_0}{\Delta L} - 1 \right) \times \sqrt{2s^2 \cos^2 \left\{ \frac{1}{2} [\pi - \arccos(-\mu)] \right\} - (d - s)^2}, \quad (9)$$

где L_0 – длина высаживаемого участка трубы; ΔL – длина усадки; S – толщина стенки трубы; d – зазор между пуансоном и матрицей.

Сравнение результатов расчета по полученным формулам с экспериментальными данными показало их хорошую сходимость. В частности, на рис. 7 приведено сравнение с экспериментальными данными результатов расчета длины переходной зоны.

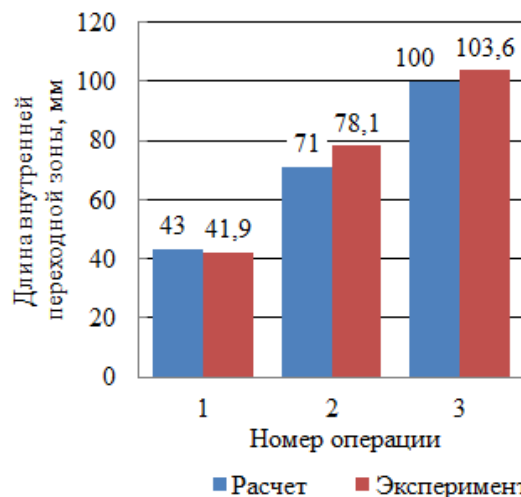


Рис. 7. Сравнение расчетных и экспериментальных значений длины внутренней переходной зоны по операциям

Проекционно-сеточный метод

В тех случаях, когда требуется моделирование напряженно-деформированного состояния и температурных полей при решении 3-мерных задач, наиболее эффективным является проекционный метод. В современных условиях при реализации проекционного метода широко используется метод конечных элементов (МКЭ) и профессиональные программные продукты на их основе.

Использование проекционно-сеточного метода применительно к трубному производству наиболее предпочтительно при исследовании процесса валковой прошивки заготовок, т.к. ввиду его сложности применение экспериментальных методов затруднительно.

Одной из основных проблем, связанной с винтовой прошивкой, является ухудшение качества внутренней поверхности гильзы в результате разрушения центральной зоны заготовки из-за действия растягивающих напряжений.

Для исследования характера изменения напряжений в осевой зоне заготовки было проведено компьютерное моделирование процесса прошивки на двухвалковом стане винтовой прокатки с направляющими линейками. Моделирование осуществлялось с применением программы QForm 3D, основанной на МКЭ.

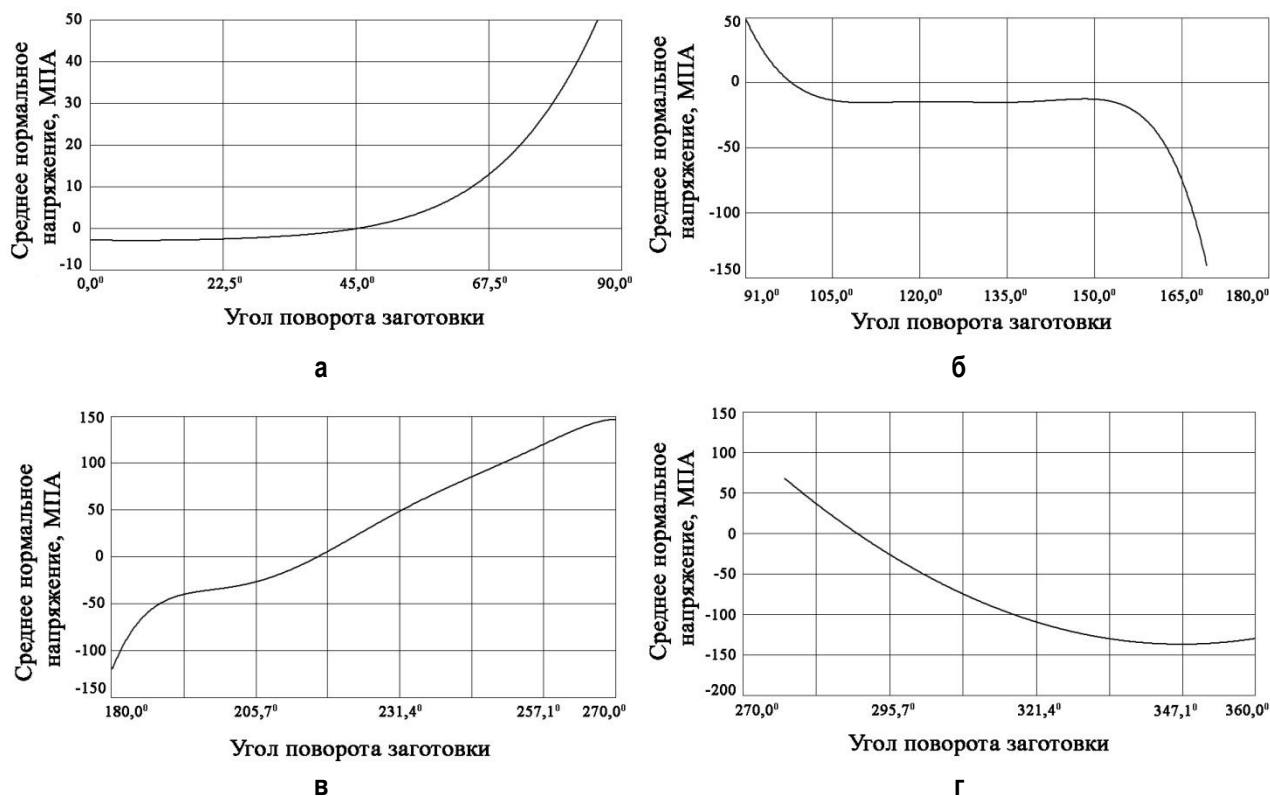


Рис. 8. Среднее нормальное напряжение в поверхностных слоях заготовки: а – в первой стадии процесса; б – во второй стадии процесса; в – в третьей стадии процесса; г – в четвертой стадии процесса

Для анализа изменения напряженного состояния металла заготовки при винтовой прокатке за один полный оборот процесс может быть разбит на четыре стадии (рис. 8):

– стадия 1: в момент контакта заготовки с валком усилия, действующие на нее со стороны инструмента, имеют сосредоточенный характер и сжимающие напряжения малы (рис. 8, а). В связи с этим сжимающие напряжения в период контакта заготовки с валками не оказывают влияния на напряженное состояние центральной зоны. В результате в осевой зоне преобладающее влияние оказывают растягивающие напряжения, которые достигают своего максимума за $\frac{1}{4}$ оборота заготовки;

– стадия 2: $\frac{1}{4}$ – $\frac{1}{2}$ оборота заготовки. Уменьшается доля растягивающих напряжений в поверхностных слоях заготовки, так как возникают сжимающие напряжения из-за действия валков на соседний, набегающий объем металла (рис. 8, б). В момент совершения заготовкой $\frac{1}{2}$ оборота валки вновь воздействуют на заготовку и сжимающие напряжения на поверхностных слоях резко растут, что способствует уменьшению растягивающих напряже-

ний в ее центральной зоне;

– стадия 3: $\frac{1}{2}$ – $\frac{3}{4}$ оборота заготовки. На поверхностных слоях наблюдается уменьшение сжимающих напряжений (рис. 8, в) и интенсивный рост реакционных растягивающих. В результате в центральной зоне заготовки происходит рост доли растягивающихся напряжений. Максимальное значение растягивающих напряжений достигается за $\frac{3}{4}$ оборота заготовки;

– стадия 4: $\frac{3}{4}$ – 1 оборот. Происходит уменьшение растягивающих напряжений к концу цикла деформации и переход их в сжимающие напряжения вследствие контакта с валками, что способствует уменьшению нормальных растягивающих напряжений в центральной зоне заготовки (рис. 8, г).

С каждым последующим оборотом заготовки значение экстремумов напряжений в центральной зоне заготовки возрастает вследствие роста усилия со стороны валков из-за увеличения ширины контактной поверхности и внеконтактной деформации. Величина внеконтактной деформации возрастает более интенсивно, что приводит к превалированию радиальных растягивающихся напряжений в центральной зоне заготовки и по-

явлению дополнительных осевых растягивающих напряжений, вследствие чего материал центральной зоны заготовки подвергается объемной схеме всестороннего растяжения, благодаря которой и происходит разрушение металла.

Список литературы

1. Дукмасов В.Г., Выдрин А.В. Математические модели и процессы прокатки профилей высокого качества. Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2002. 215 с.
2. Данченко В.Н., Чус А.В. Продольная прокатка труб. М.: Metallurgy, 1984. 136 с.
3. Пьянков Б.Г., Выдрин А.В., Широков В.В. Разработка компьютерной модели ТПА со станом FQM для определения степени влияния возмущающих параметров на результаты процесса прокатки. Сборник докладов международного научно-технического конгресса «ОМД 2014. Фундаментальные проблемы. Инновационные материалы и технологии». Ч.2. М.: ООО «Белый ветер», 2014. С. 95–102.
4. Выдрин А.В., Широков В.В. Математическое моделирование кинематических и энергосиловых параметров процессов не-

- прерывной прокатки бесшовных труб // Metallurgical and Mining Industry. 2011. №6. С. 29–31.
5. Потапов И.Н., Коликов А.П., Дряун В.М. Теория трубного производства. М.: Metallurgy, 1991. 424 с.
6. Зильберг Ю.В. Теория обработки металлов давлением. Днепропетровск: Пороги, 2009. 434 с.
7. Выдрин В.Н., Судаков Н.В., Остсеин Е.А. Расчет давлений и натяжений при прокатке с различным соотношением окружных скоростей рабочих валков // Тонколистовая прокатка: сб. науч. тр. Липецкого политехнического института. Воронеж, 1979. №2. С. 38–42.
8. Третьяков А.В., Зюзин В.И. Механические свойства металлов и сплавов при обработке металлов давлением. М.: Metallurgy, 1973. 224 с.
9. Флетчер К. Численные методы на основе метода Галеркина. М.: Мир, 1988. 352 с.
10. Марчук Г.И., Агошков В.И. Введение в проекционно-сеточные методы. М.: Наука, 1981. 416 с.
11. Выдрин А.В., Баричко Б.В., Зинченко А.В. Методика определения технологических параметров процесса высадки концов бурильных труб // Сталь. 2014. №3. С. 57–59.

Материал поступил в редакцию 08.02.16.

INFORMATION ABOUT THE PAPER IN ENGLISH

DOI:10.18503/1995-2732-2016-14-2-107-115

DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL MODELLING TECHNIQUES TO SIMULATE DEFORMATION PROCESSES IN SEAMLESS PIPE PRODUCTION

Vydrin Aleksandr Vladimirovich – D.Sc. (Eng.), Professor, South Urals State University (National Research University), Deputy General Director of JSC RosNITI, Chelyabinsk, Russia. E-mail: vydrinav@rosniti.ru.

Shirokov Vyacheslav Vyacheslavovich – Head of Laboratory, JSC RosNITI, Chelyabinsk, Russia. E-mail: shirokov@rosniti.ru.

Yakovleva Kseniya Yur'evna – Researcher, JSC RosNITI, Chelyabinsk, Russia. E-mail: yakovleva@rosniti.ru

Zinchenko Anna Vladimirovna – Ph.D. (Eng.), Deputy Chief Engineer at JSC TAGMET, Taganrog, Russia. E-mail: zinchenko@tagmet.ru.

Korol' Aleksey Valentinovich – Researcher, JSC RosNITI, Chelyabinsk, Russia. E-mail: korol@rosniti.ru.

Abstract. This article describes a set of mathematical models simulating the deformation processes used in seamless pipe production. The article demonstrates that, based on the hierarchy presented, the level of a mathematical model is determined by the complexity of the mathematical description of the deformation processes used in seamless pipe production and also by the number of parameters applied. Examples of the models are given that were built using such methods as the static energy technique, the engineer's approach, the slip-line technique and the grid projection method. Using the static energy technique it was possible to determine the integral characteristics of the deformation zone during a longitudinal hot rolling process. One of such characteristics includes power parameters of a continuous mandrel rolling process, in particular the intensity of stress occurring in the material between the mill rolls. The engineer's approach

was used to simulate the stress-strain state of the material in a pipe drawing process accounting for the actual changing mechanical properties of the deformed material. Through application of the slip-line technique in a pipe end upset process, it was possible to find formulae to determine the full force applied to the extrusion ram and the length of a transition zone between an upset end and the pipe body. A geometry analysis of the slip-line network carried out at the final stage of the upset process helped find a formula to determine the final length of the transition zone. The projection method was used to build a 3D model simulating the stress-strain state of a 2-roll piercing process. QForm 3D, a specialist FEM software, was used for the projection method. Simulation of the piercing process helped explain the nature of the stress-strain state of a single-revolution screw rolled metal.

Keywords: Modelling, mathematical model, seamless pipes, rolling, drawing, pipe end upsetting, roll piercing.

References

1. Dukmasov V.G., Vydrin A.V. *Matematicheskie modeli i protsessy prokatki profiley vysokogo kachestva* [Mathematical models and processes of high quality steel sections rolling]. Chelyabinsk: South Urals State University Publ., 2002, 215 p.
2. Danchenko V.N., Chus A.V. *Prodol'naya prokatka trub* [Lengthwise rolling of pipes]. Moscow: Metallurgiya, 1984, 136 p.
3. P'yankov B.G., Vydrin A.V., Shirokov V.V. Development of a computer TPA model with an FQM mill to determine the effect of disturbing parameters on the rolling process. *Sbornik dokladov mezhdunarodnogo nauchno-tekhnicheskogo kongressa «OMD 2014. Fundamental'nye problemy. Innovatsionnye materialy i tekhnologii». Ch.2* [Reports of the international science congress "Metal Forming 2014. Fundamental problems. Innovative Materials and Technologies". Part 2]. Moscow: White Wind Publ, 2014, pp. 95-102.
4. Vydrin A.V., Shirokov V.V. Mathematical modelling of kinematic and power parameters of continuous seamless pipe rolling processes. *Metallurgicheskaya i gornorudnaya promyshlennost'* [Steel making and ore mining industry]. 2011, no. 6, pp. 29-31.
5. Potapov I.N., Kolikov A.P., Druyan V.M. *Teoriya trubnogo proizvodstva* [Theory of pipe production]. Moscow: Metallurgiya, 1991, 424 p.
6. Zil'berg, Iu.V. *Teoriya obrabotki metallov davleniem* [Theory of metal forming]. Dnepropetrovsk: Porogi Prubl, 2009, 434 p.
7. Vydrin V.N., Sudakov N.V., Ostsemin E.A. Calculation of pressures and strains during a rolling process with different ratios of peripheral velocities of rolls. *Tonkolistovaya prokatka: sb. nauch. tr. Lipetskogo politekhnicheskogo instituta* [Thin sheet rolling: Research papers of Lipetsk Polytechnic Institute]. Voronezh, 1979, no. 2, pp. 38-42.
8. Tret'yakov A.V., Zyuzin V.I. *Mekhanicheskie svoystva metallov i splavov pri obrabotke metallov davleniem* [Mechanical properties of metals and alloys during a metal forming process]. Moscow: Metallurgiya, 1973, 224 p.
9. Fletcher K. *Chislennye metody na osnove metoda Galerkina* [Numerical methods based on the Galerkin method]. Moscow: Mir, 1988, 352 p.
10. Marchuk G.I., Agoshkov V.I. *Vvedenie v proektsionno-setochnye metody* [Introduction to projection-grid methods]. Moscow: Nauka, 1981, 416 p.
11. Vydrin A.V., Barichko B.V., Zinchenko A.V. Procedure for determining drill pipe upsetting process parameters. *Stal'* [Steel]. 2014, no. 3, pp. 57-59.

Развитие методов математического моделирования процессов деформации в производстве бесшовных труб / Выдрин А.В., Широков В.В., Яковлева К.Ю., Зинченко А.В., Король А.В. // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова. 2016. Т.14. №2. С. 107–115. doi:10.18503/1995-2732-2016-14-2-107-115

Vydrin A.V., Shirokov V.V., Yakovleva K.Yu., Zinchenko A.V., Korol' A.V. Development of mathematical modelling techniques to simulate deformation processes in seamless pipe production. *Vestnik Magnitogorskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta im. G.I. Nosova* [Vestnik of Nosov Magnitogorsk State Technical University]. 2016, vol. 14, no. 2, pp. 107–115. doi:10.18503/1995-2732-2016-14-2-107-115